

Penerapan Diagram Kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) dalam Mengontrol Kualitas Air PDAM

Renaldi*, Suwanda

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

* aldir171717@gmail.com,, idris1000358@gmail.com

Abstract. Statistical quality control is the application of statistical techniques in controlling a process that is useful for achieving process stability and increasing ability through reducing quality variability. Tools for quality control, one of which is the control chart. In practice, control charts often used in univariate cases are Shewhart, Cumulative Sum (CUSUM) and Exponentially Weighted Moving Average (EWMA). However, when there is more than one quality characteristic (multivariate characteristics), simultaneous control is required. The thesis discusses the Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control chart procedure. The uniqueness of the MEWMA control chart is that it is robust to normal which means that if the data used is not normally distributed, then the MEWMA control chart can still be done. MEWMA control chart will be used to control PDAM Water Quality. The data used is the quality of customer drinking water in January-February 2022 Perumda Tugu Tirta Drinking Water Malang City which amounted to 50 observations with 5 characteristics observed including pH, nitrite, iron (Fe), manganese and residual chlorine (Cl₂). Based on the results of MEWMA analysis shows that it is in a statistically uncontrolled condition because for weighting 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 and 0.9 there are observations that are beyond the control limit, namely in the 46th observation. As well as the optimum weighting selected, namely weighting 0.2. The results of detection of out-of-control causal variables using the EWMA control chart showed 1 variable had an out-of-control observation at the 46th observation, namely at Manganese levels.

Keywords: *Small Shift, Multivariate Characteristics, MEWMA Control Chart.*

Abstrak. Abstrak. Pengendalian kualitas Statistik merupakan aplikasi dari teknik statistik dalam pengendalian suatu proses yang berguna untuk mencapai stabilitas proses dan meningkatkan kemampuan melalui pengurangan variabilitas mutu. Alat bantu untuk mengendalikan kualitas, salah satunya adalah diagram kendali. Dalam praktiknya, diagram kendali yang sering digunakan dalam kasus univariat adalah *Shewhart*, *Cumulative Sum* (CUSUM) dan *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Namun ketika terdapat lebih dari satu karakteristik mutu (karakteristik multivariat), maka pengontrolan secara simultan diperlukan. Dalam skripsi dibahas prosedur diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA). Keunikan diagram kendali MEWMA yaitu bersifat *robust* terhadap normal yaitu apabila data yang digunakan tidak berdistribusi normal, maka diagram kendali MEWMA masih bisa dilakukan. Diagram kendali MEWMA akan digunakan untuk mengontrol Kualitas Air PDAM. Data yang digunakan yaitu kualitas air minum pelanggan pada bulan Januari-Februari 2022 Perumda Air Minum Tugu Tirta Kota Malang yang berjumlah 50 pengamatan dengan 5 karakteristik yang diamati diantaranya pH, nitrit (NO₂), besi (Fe), Mangan dan sisa klor (Cl₂). Berdasarkan hasil analisis MEWMA menunjukan berada dalam kondisi tidak terkendali secara statistik karena untuk pembobot 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 dan 0.9 terdapat pengamatan yang berada diluar batas kendali, yakni pada pengamatan ke-46. Serta pembobot optimum yang dipilih yaitu pembobot 0.2. Hasil deteksi variabel penyebab *out-of-control* menggunakan diagram kendali EWMA menunjukkan 1 variabel memiliki pengamatan *out-of-control* pada pengamatan ke-46 yaitu pada kadar Mangan.

Kata Kunci: *Pergeseran Kecil, Karakteristik Multivariat, Diagram Kendali MEWMA.*

A. Pendahuluan

Pengendalian kualitas Statistik merupakan aplikasi dari teknik statistik dalam pengendalian suatu proses yang berguna untuk mencapai stabilitas proses dan meningkatkan kemampuan melalui pengurangan variabilitas. Tujuannya untuk mendeteksi dengan cepat terjadinya penyebab khusus dari pergeseran proses sehingga dapat dilakukan pemeriksaan proses dan tindakan perbaikan untuk meminimalisir produk yang tidak sesuai.

Dalam pengendalian kualitas secara statistik, terdapat beberapa alat statistik yang digunakan sebagai alat bantu untuk mengendalikan kualitas, salah satunya adalah grafik pengendali atau diagram kendali. Diagram kendali adalah alat yang digunakan untuk mengetahui apakah suatu proses telah terkendali atau belum (Azizah, 2023). Tujuan akhir pengendalian proses statistik adalah menyingkirkan variabilitas dalam proses. Walaupun tidak dapat menyingkirkan variabilitas seluruhnya, tetapi diagram kendali adalah alat yang paling efektif dalam mengurangi variabilitas sebanyak mungkin (Montgomery, 2009).

Terdapat dua macam diagram kendali menurut jenis karakteristik kualitasnya yaitu diagram kendali atribut dan diagram kendali variabel, sedangkan dari segi teknis dikenal beberapa diagram kendali (Zain & Yanti, 2022). Diagram kendali yang sering digunakan untuk karakteristik univariat adalah diagram kendali Shewhart. Diagram kendali lainnya adalah diagram kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) dan *Exponential Weighted Moving Average* (EWMA). Kedua diagram kendali ini cepat mendeteksi jika terjadi pergeseran yang cukup kecil (Montgomery, 2005). Alat atau diagram kendali dibentuk dari pengembangan diagram kendali univariat. Untuk diagram kendali multivariat dikenal diagram kendali T^2 -Hotteling sebagai perluasan dari diagram kendali Shewhart, diagram kendali Multivariat *Cumulative Sum* (MCUSUM) pengembangan dari diagram kendali CUSUM serta diagram kendali MEWMA sebagai pengembangan dari diagram kendali EWMA.

Keunggulan dari diagram MEWMA adalah lebih sensitif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil serta *robust* terhadap normal, artinya apabila data yang digunakan tidak berdistribusi normal, maka diagram kendali MEWMA masih bisa digunakan (Stoumbos dan Sullivan, 2002).

Air merupakan salah satu unsur penting yang diperlukan untuk kehidupan manusia, hewan dan tanaman dimana berfungsi sebagai media pengangkutan zat-zat makanan, serta merupakan sumber energi serta berbagai keperluan lainnya (Arsyad, 1989). Masalah utama yang dihadapi berkaitan dengan sumber daya air adalah kuantitas air yang sudah tidak mampu memenuhi kebutuhan yang terus meningkat dan kualitas air untuk keperluan domestik yang semakin menurun dari tahun ke tahun. Kegiatan industri, domestik, dan kegiatan lain berdampak negatif terhadap sumberdaya air, termasuk penurunan kualitas air. Kondisi ini dapat menimbulkan gangguan, kerusakan, dan bahaya bagi makhluk hidup yang bergantung pada sumber daya air (Effendi, 2003).

B. Metodologi Penelitian

Diagram Kendali

Diagram kendali dibuat untuk memonitor dan mengevaluasi apakah proses berada dalam pengendalian kualitas secara statistik atau tidak sehingga dapat memecahkan masalah dan menghasilkan perbaikan kualitas (Nugroho & Suwanda, 2022). Bentuk dasar dari diagram kendali merupakan contoh grafik suatu karakteristik kualitas yang telah diukur atau dihitung dari sampel terhadap nomor sampel atau waktu (Hignasari, 2020). Diagram kendali dapat melihat suatu proses terkendali atau tidak terkendali dilihat dari titik-titik dalam grafik. Keadaan terkendali apabila titik-titik berada diantara batas kendali. Keadaan dapat dikatakan tidak terkendali apabila titik-titik berada diluar batas kendali atau menunjukkan pola yang tidak acak. Batas kendali yang dimaksud yaitu Batas Kontrol Atas (BKA), Garis Pusat (GP), dan Batas Kontrol Bawah (BKB). Apabila ada titik yang berada diluar batas kendali atau keadaan tidak terkendali, maka diperlukan melakukan tindakan penyelidikan lebih lanjut untuk mengetahui dan menghilangkan penyebab proses tidak terkendali tersebut.

Diagram Kendali EWMA

Diagram kendali EWMA adalah diagram kendali yang digunakan untuk memonitor data atribut maupun data variabel. Namun, spesifikasi khusus untuk data yang bisa dikontrol dengan EWMA hanya data yang melibatkan satu dimensi kualitas atau univariat. EWMA didefinisikan sebagai berikut (Vargas, dkk. 2004):

$$Q_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Q_{i-1}$$

dimana $0 < \lambda \leq 1$ merupakan parameter bobot. Secara umum, nilai dari λ dalam interval $0,05 \leq \lambda \leq 0,25$ bekerja dengan baik dalam prakteknya, dengan $\lambda = 0,05$, $\lambda = 0,10$ dan $\lambda = 0,20$ menjadi pilihan populer (Sahoo, 2013).

x_i adalah nilai pengamatan ke- i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ merupakan waktu atau subgrup dari pengamatan. Q_0 merupakan nilai awal atau nilai yang diharapkan pada hasil produksi. Terkadang nilai Q_0 dapat berasal dari nilai rata-rata hasil pengamatan, yaitu $Q_0 = \bar{X}$ (Montgomery, 1990). Jika pengamatan x_i adalah variabel acak bebas dengan ekspekasi μ dan variansi σ^2 , dapat ditunjukkan bahwa $E(Q_i) = \mu_0$ dan varians Q_i adalah:

$$\sigma_{Q_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \quad \sigma_{Q_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]$$

Garis tengah dan batas kontrol dari diagram EWMA adalah sebagai berikut (Vargas, dkk. 2004):

$$\begin{aligned} BKA &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \\ BKB &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \end{aligned}$$

Jika i mendekati tak hingga, maka batas kontrol akan mendekati keadaan setimbang. Sehingga pada persamaan (BKA) dan (BKB) diatas menjadi:

$$\begin{aligned} BKA &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right)} \\ BKB &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right)} \end{aligned}$$

Nilai L diperoleh berdasarkan nilai lambda dan sigma yang telah ditentukan.

Diagram Kendali MEWMA

Pengembangan EWMA untuk kasus multivariat disebut dengan *Multivariate Exponential Weighted Moving Average* (MEWMA), dimana MEWMA secara bersamaan memonitor dua atau lebih proses terkait dalam diagram kendali rata-rata bergerak yang tertimbang secara eksponensial. Lowry dkk. (1992) memperluas diagram kendali EWMA univariat ke kasus multivariat dengan melakukan simulasi. Diagram kendali MEWMA memiliki sensitivitas yang lebih besar terhadap pergeseran rata-rata dari pada diagram kendali T^2 Hotelling (Hotelling, 1947).

Konstruksi awal diagram kendali MEWMA adalah dengan menentukan nilai Z_i yang didefinisikan dalam persamaan berikut:

$$Z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Z_{i-1}$$

Dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ yang merupakan banyaknya pengamatan. λ adalah pembobot berbentuk matriks $p \times p$ yang memiliki nilai $0 < \lambda < 1$, x_i berbentuk vektor $p \times 1$ merupakan data ke- i yang merupakan hasil pengurangan dari X_i (data asli) dengan rata-rata per

karakteristik. Statistik $\mathbf{Z}_i$ merupakan jumlah rata-rata bergerak ke- i yang berbentuk vektor $p \times 1$, dan $\mathbf{Z}_0 = 0$ (Pan dan Jarret, 2014).

Selanjutnya, titik yang akan diplotkan menggunakan persamaan berikut:

$$W_i^2 = \mathbf{Z}_i' \Sigma_{\mathbf{Z}_i}^{-1} \mathbf{Z}_i \quad W_i^2 = \mathbf{Z}_i' \Sigma_{\mathbf{Z}_i}^{-1} \mathbf{Z}_i$$

$\Sigma_{\mathbf{Z}_i}^{-1} \mathbf{Z}_i$ merupakan invers matriks varians kovarians dari $\mathbf{Z}_i$

Dapat ditunjukkan ekspektasi dan varians dari $\mathbf{Z}_i$ masing-masing adalah $E(\mathbf{Z}_i) = 0$, dan

$$\Sigma_{\mathbf{Z}_i} = \left\{ \frac{\lambda[1-(1-\lambda)^{2i}]}{(2-\lambda)} \right\} \Sigma \quad \Sigma_{\mathbf{Z}_i} = \left\{ \frac{\lambda[1-(1-\lambda)^{2i}]}{(2-\lambda)} \right\} \Sigma$$

dengan matriks Σ merupakan matriks varian kovarian dari X_i .

Jika parameter μ dan Σ diketahui, $W^2 \sim \chi_p^2$ (Box dalam Pan dan Jerret, 2014), sehingga batas-batas kontrolnya adalah :

$$BKA = \chi_{p,\alpha}^2$$

$$BKA = 0$$

Dalam hal parameter μ dan Σ tidak diketahui, batas-batas kontrol W^2 adalah

$$BKA = H$$

$$BKA = 0$$

dengan H ditentukan dengan menggunakan konsep rantai Markov (Prabhu and Runger, 1997), hasilnya sebagai berikut:

Tabel 1. nilai H untuk $ARL_0=200$

p	λ								
5	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
	14.54	15.73	16.22	16.46	16.60	16.67	16.71	16.74	16.75

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Ringkasan Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder tentang pengontrolan proses kualitas air minum pelanggan pada bulan Januari-Februari 2022 Perumda Air Minum Tugu Tirta Kota Malang (Maulidiyah, 2022) dengan banyak pengamatan 50. Karakteristik yang akan diamati adalah pH, nitrit (NO_2), besi (Fe), Mangan dan sisa chlor (Cl_2). Data tersebut disajikan pada tabel berikut:

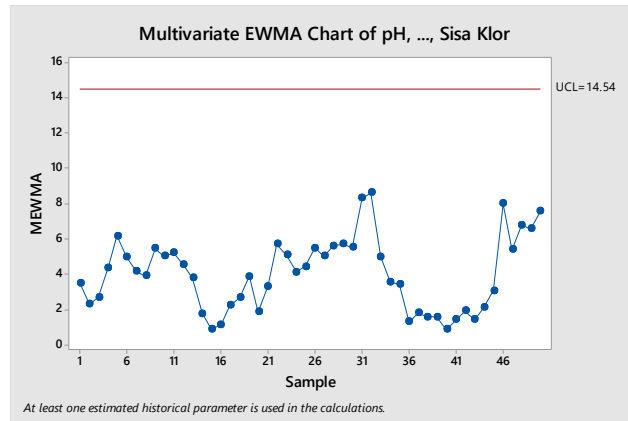
Tabel 2. Data Kualitas Air Minum

No. Pengamatan	X1	X2	X3	X4	X5
1	6.90	0.01	0.08	0.01	0.2
2	7.04	0.07	0.04	0.02	0.4
3	7.12	0.03	0.06	0.01	0.4
4	7.50	0.05	0.15	0.02	0.2
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
47	6.84	0.01	0.07	0.01	0.2
48	7.40	0	0.08	0.01	0.7
49	6.92	0.08	0	0.01	0.4

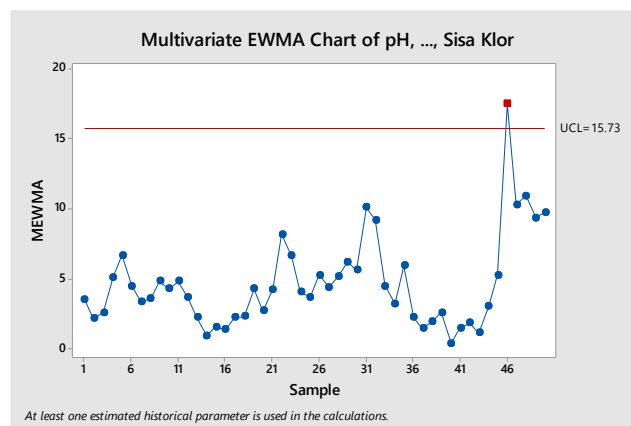
50	7	0.32	0	0.01	0.4
----	---	------	---	------	-----

Diagram Kontrol MEWMA

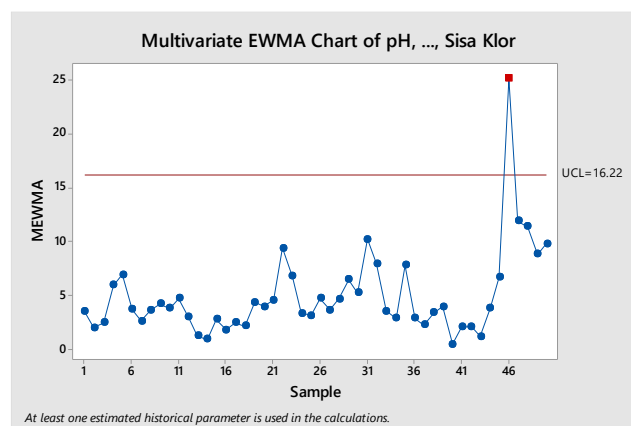
Berikut ini akan disajikan hasil peta pengamatan dengan menggunakan diagram kontrol MEWMA dengan bantuan *Software Minitab*.



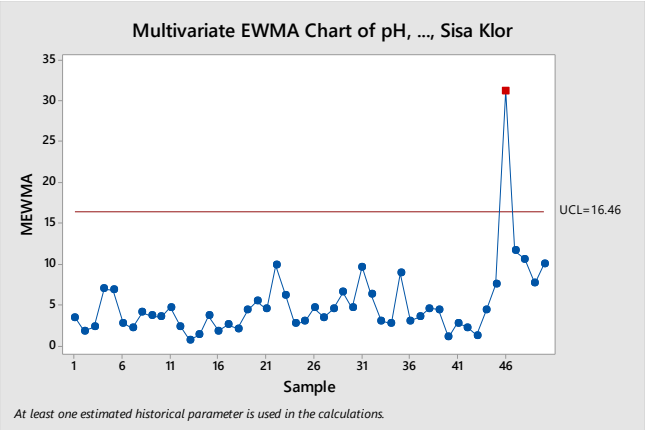
Gambar 1. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.1



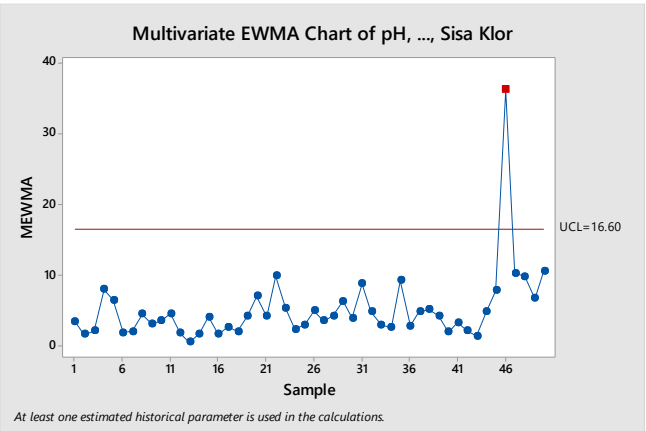
Gambar 2. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.2



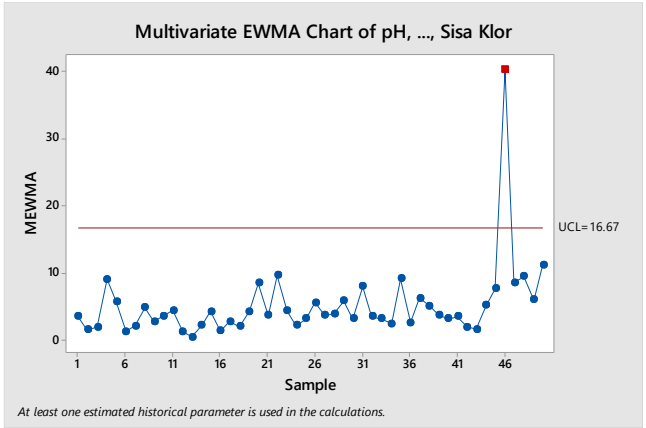
Gambar 3. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.3



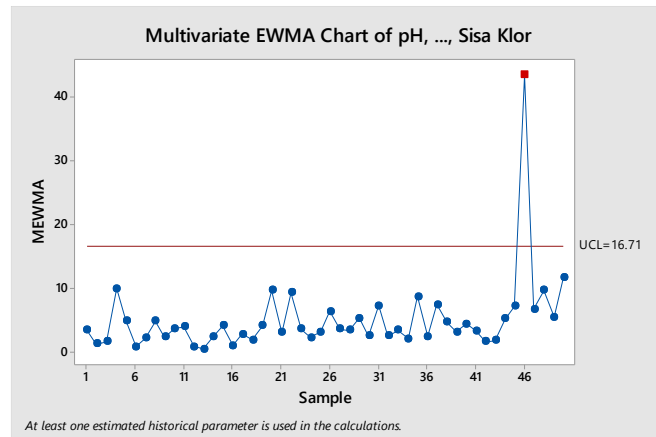
Gambar 4. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.4



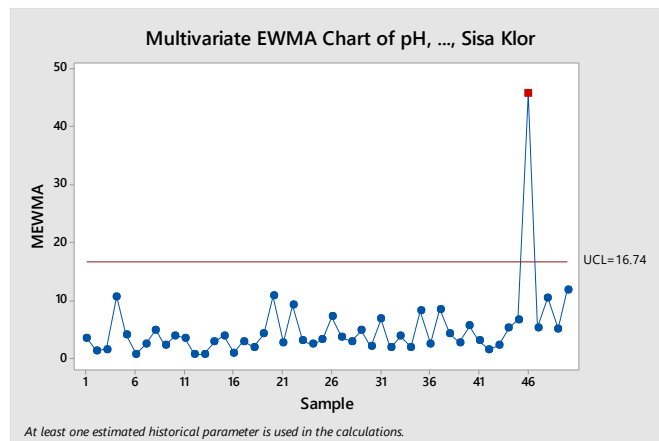
Gambar 5. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.5



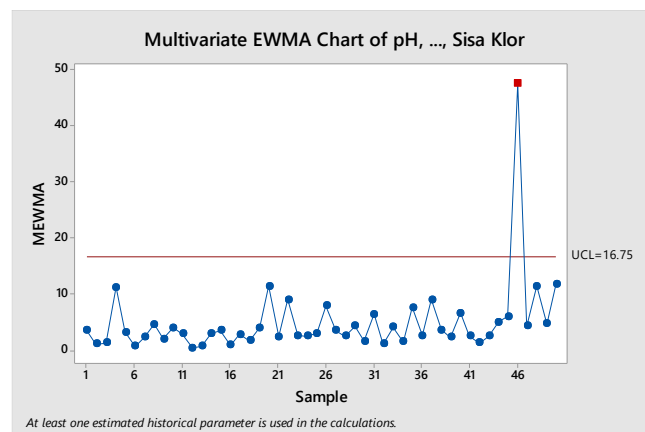
Gambar 6. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.6



Gambar 7. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.7



Gambar 8. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.8



Gambar 9. Diagram Kendali MEWMA Pembobot 0.9

Berdasarkan hasil diatas dapat dilihat bahwa kualitas air minum pelanggan pada bulan Januari-Februari 2022 Perumda Air Minum Tugu Tirta Kota Malang berada dalam kondisi tidak terkendali secara statistik karena untuk pembobot 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 dan 0.9 terdapat pengamatan yang berada diluar batas kendali, yakni pada pengamatan ke-46

Berikut disajikan tabel untuk memperjelas hasil percobaan pembobot pada diagram kendali MEWMA.

Tabel 3. Kriteria setiap pembobot pada diagram kendali MEWMA

Pembobot (λ)	Nilai W_i^2 tertinggi	Nilai BKA	Banyak Out Off Control
0.2	17.49	15.73	1
0.3	25.09	16.22	1
0.4	31.24	16.46	1
0.5	36.22	16.6	1
0.6	40.22	16.67	1
0.7	43.38	16.71	1
0.8	45.73	16.74	1
0.9	47.26	16.75	1

Berdasarkan tabel dapat dilihat ketika pembobot semakin besar, maka nilai BKA juga mengalami peningkatan. Hal ini mengakibatkan batas kendali untuk setiap diagram kendali MEWMA menjadi semakin besar. Dari sembilan pembobot yang telah diketahui, dipilih satu pembobot yang optimum. Pemilihan nilai pembobot (λ) yang optimum dapat diketahui dengan tiga cara, yaitu:

1. Menghitung banyaknya nilai pengamatan yang *out-of-control* untuk setiap pembobot (λ) atau;
2. Menghitung selisih terkecil antara pengamatan yang memiliki nilai W_i^2 terbesar dengan nilai BKA (jayanti dan wibawati, 2014) atau;
3. Menghitung nilai rata-rata minimum dari jarak nilai W_i^2 tiap pengamatan terhadap nilai BKA untuk setiap pembobot (sari dkk., 2016)

Pemilihan pembobot optimum disajikan pada tabel 4.2 berikut.

Tabel 4. Pemilihan pembobot optimum pada diagram kendali MEWMA

Pembobot (λ)	Nilai W_i^2 tertinggi	Nilai BKA	Selisih	Rata-rata jarak nilai W_i^2 terhadap BKA
0.2	17.49	15.73	1.76	1.76
0.3	25.09	16.22	8.87	8.87
0.4	31.24	16.46	14.78	14.78
0.5	36.22	16.60	19.62	19.62
0.6	40.22	16.67	23.55	23.55
0.7	43.38	16.71	26.67	26.67
0.8	45.73	16.74	28.99	28.99
0.9	47.26	16.75	30.51	30.51

Berdasarkan tabel diatas dapat dipilih pembobot yang optimum adalah diagram kendali MEWMA dengan pembobot 0,2 karena memiliki selisih minimum sebesar 1.76 dan rata rata jarak nilai W_i^2 terhadap nilai BKA yang paling minimum sebesar 1.76.

Deteksi Penyebab Out-Off-Control Kontrol

Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan, menggunakan diagram kendali univariat EWMA untuk masing-masing variabel dan melihat variabel mana saja yang memiliki out-of-

control pada data ke-46. Nilai pembobot yang digunakan adalah nilai pembobot optimum dari diagram kendali MEWMA yaitu sebesar 0,2. Penjelasan lebih lanjut tersaji pada tabel berikut.

Tabel 5. Penggunaan Diagram kendali EWMA untuk masing-masing variabel

Variabel	Banyaknya Pengamayan in-control	Banyaknya Pengamatan Out-Off-Control
pH	50	0
Nitrit	48	2
Besi	50	1
Mangan	45	5
Sisa Klor	50	0

Berdasarkan tabel dapat diketahui variabel Mangan memiliki pengamatan *out-of-control* terbanyak, yaitu 5 pengamatan yaitu pada pengamatan ke 46, 47, 48, 49 dan 50. Variabel Nitrit memiliki 2 pengamatan yang *out-of-control* yaitu pada pengamatan ke 31 dan 32. Variabel Besi memiliki 1 pengamatan yang *out-of-control* pada pengamatan ke-50.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Hasil analisis serta pembahasan pada BAB IV, bahwa kualitas air minum pelanggan pada bulan Januari-Februari 2022 Perumda Air Minum Tugu Tirta Kota Malang berada dalam kondisi tidak terkendali secara statistik karena untuk pembobot 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 dan 0.9 terdapat pengamatan yang berada diluar batas kendali, yakni pada pengamatan ke-46. Banyaknya titik yang berada diluar batas kendali menunjukkan bahwa diagram kendali MEWMA sangat sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses.pada produksi pin aluminium
2. Diagram kendali MEWMA yang optimal untuk data kualitas air Perumda Air Minum Tugu Tirta Kota Malang adalah diagram kendali MEWMA dengan pembobot 0.2. Hal ini disebabkan pembobot tersebut memiliki nilai selisih antara rata-rata jarak tiap pengamatan W_i^2 terhadap BKA yang paling minimum.
3. Dan untuk Hasil deteksi variabel penyebab *out-of-control* menggunakan diagram kendali univariat EWMA menunjukkan 3 variabel memiliki pengamatan *out-of-control*. Variabel yang mungkin menjadi penyebab utama proses dalam keadaan *out-of-control* adalah kadar Mangan karena memiliki *out-of-control* pada pengamatan ke-46, maka perbaikan kualitas proses produksi dapat lebih difokuskan pada kadar Mangan. Namun, kadar 4 variabel lainnya patut untuk mendapat perhatian lebih.

Acknowledge

Puji syukur kehadirat Allah SWT, atas limpahan Rahmat dan Karunia-Nya. Penghargaan dan terima kasih penulis berikan kepada Bapak Drs. Suwanda, M.S selaku Pembimbing yang telah membantu penulisan karya ilmiah ini. Akhir kata penulis menyadari bahwa dalam penulisan karya ilmiah ini masih jauh dari kesempurnaan. Karena itu, penulis memohon saran dan kritik yang sifatnya membangun demi kesempurnaannya dan semoga bermanfaat bagi kita semua. Amiin

Daftar Pustaka

- [1] Arsyad, S. (1989). *Konservasi Tanah dan Air*. IPB Press. Bogor.
- [2] Effendi, H. (2003). *Telaah Kualitas Air Bagi Pengelolaan Sumber Daya dan Lingkungan Perairan*. Kanisisus. Yogyakarta.

- [3] Hignasari, L., V. (2020). *Tinjauan Teoritis Pengendalian Kualitas Produk Hasil Industri dengan Metode Statistik*. Jurnal VASTUWIDYA, 3 (1)
- [4] Hotelling, H. (1947). Multivariate Quality Control. *Techniques of Statistical Analysis*. Eisenhart, Hastay and Wallis (eds.) McGraw-Hill, New York
- [5] Lowry, C. A. W. Woodall, C. W., Champ & S.E. Rigdon. (1992). A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart, *Technometrics*, 34: 46-53
- [6] Maulidiyah, H. (2022). *Penerapan Grafik Pengendali Multivariate Cumulatif Sum (MCUSUM) dan Kapabilitas Proses pada Pengendalian Kualitas Air PDAM*. Skripsi Dipublikasikan. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim
- [7] Montgomery, D.C. (1990). *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.
- [8] Montgomery, D.C. (2005). *Introduction to Statistical Quality Control 5th Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- [9] Montgomery, D.C. (2009). *Statistical Quality Control*, Sixth Edition Singapore: John Wiley & Sons.
- [10] Pan X., Jarrett J.E. (2014). The Multivariate EWMA Model and Health Care Monitoring, *International Journal of Economics and Management Sciences*, 3(2):176.
- [11] Prabhu, S. S., and G. C. Runger. (1997). Designing a Multivariate EWMA Control Chart, *Journal of Quality Technology*, 29 (1): 8–15.
- [12] Sahoo, P. (2013). *Probability And Mathematical Statistics*. Louisville: University of Louisville
- [13] Stoumbos, Z. G., & Sullivan, J. H. (2002). Robustness to Non-Normality of The Multivariate EWMA Control Chart. *Journal of Quality Technology*, 260.
- [14] Vargas, V., Lopes, L. & Souza, A. (2004). Comparative Study of The Performance of The CUSUM and EWMA Control Charts. *Computers and, Industrial Engineering*, 46: 707-724..
- [15] Azizah, N. (2023). Pemodelan Spatial Autoregressive (SAR-X) pada Perkawinan Usia Anak di Indonesia. *Jurnal Riset Statistika*, 1–10. <https://doi.org/10.29313/jrs.v3i1.1643>
- [16] Nugroho, D. A., & Suwanda. (2022). Diagram Kontrol T2 Hotelling Minimum Volume Ellipsoid (Penerapan pada Pengontrolan Fluktuasi Saham). *Jurnal Riset Statistika*, 20–27. <https://doi.org/10.29313/jrs.vi.718>
- [17] Zain, P. R., & Yanti, T. S. (2022). Penerapan Multidimensional Scaling terhadap Pengelompokan Provinsi Berdasarkan Indikator Tujuan ke-6 SDGs. *Jurnal Riset Statistika*, 153–160. <https://doi.org/10.29313/jrs.v2i2.1465>