

## Pengendalian Kualitas Limbah Cair Menggunakan Diagram Kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA)

Tania Grahanita\*, Anneke Iswani Achmad

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

\* m.grhnt@gmail.com, annekeiswani11@gmail.com

**Abstract.** In the textile industry the resulting liquid waste has toxic characteristics and is harmful to the environment. Therefore, liquid waste needs to go through a processing and quality control process before being discharged into the waters. Control chart is one of the statistical tools used in statistical quality control. In practice we will encounter situations where it is necessary to control for two or more quality characteristics that are not normally distributed multivariate, so the control chart used is the Multivariate Exponentially Weighed Moving Average (MEWMA). This study uses data on the quality of textile industrial wastewater which has been processed using an WWTP (Wastewater Treatment Plant). There are 48 samples (months) for the period 2018 - 2021 with 6 variables of liquid waste content. The results of the quality control analysis by applying the MEWMA control chart obtained the most optimum weighting value of 0.05 with an Upper Control Limit (UCL) value of 14.6, there was 1 observation that was out of control. This shows that the quality of liquid waste in WWTP in the textile company CV. Sandang Sari is not statistically controlled.

**Keywords:** *Statistical Quality Control, Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) Control Chart, Liquid Waste.*

**Abstrak.** Pada industri tekstil limbah cair yang dihasilkan memiliki karakteristik beracun dan berbahaya bagi lingkungan hidup. Oleh karena itu limbah cair perlu melalui proses pengolahan dan pengendalian kualitas terlebih dahulu sebelum dibuang ke perairan. Diagram kendali adalah salah satu alat statistik yang digunakan pada pengendalian kualitas statistik. Dalam praktiknya kita akan bertemu situasi dimana perlu untuk mengontrol dua atau lebih karakteristik kualitas yang tidak berdistribusi normal multivariat, maka diagram kendali yang digunakan adalah *Multivariate Exponentially Weighed Moving Average* (MEWMA). Penelitian ini menggunakan data kualitas limbah cair industri tekstil yang sudah melalui proses pengolahan menggunakan IPAL (Instalasi Pengolahan Air Limbah), ada sebanyak 48 sampel (bulan) periode 2018 - 2021 dengan 6 variabel kandungan limbah cair. Hasil analisis pengendalian kualitas dengan menerapkan diagram kendali MEWMA didapat nilai pembobot yang paling optimum sebesar 0,05 dengan nilai Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 14,6 terdapat 1 pengamatan yang berada diluar kendali. Hal ini menunjukkan bahwa kualitas limbah cair pada IPAL di perusahaan tekstil CV. Sandang Sari tidak terkendali secara statistik.

**Kata Kunci:** *Pengendalian Kualitas Statistik, Diagram Kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA), Limbah Cair.*

## A. Pendahuluan

Pengendalian kualitas statistik atau *Statistical Process Control* (SPC) merupakan suatu metode yang menganalisis kinerja suatu proses dengan menerapkan teknik statistika yang dapat membantu meminimalkan penyimpangan atau kesalahan, mengkualifikasi kemampuan proses dan membuat hubungan antara konsep dan teknik yang ada untuk mengadakan perbaikan proses [1]. Alat statistik yang sering digunakan adalah diagram kendali. Montgomery, D.C [2] menyatakan bahwa diagram kendali variabel memberikan lebih banyak informasi dibandingkan dengan diagram kendali atribut [2]. Informasi yang diberikan adalah mengenai *mean* dan variabilitas sehingga titik-titik yang jauh di luar batas kendali dapat dicari penyebab terduganya.

Dalam proses produksi akan bertemu situasi dimana perlu untuk mengontrol dua atau lebih karakteristik kualitas secara bersamaan [3]. Meskipun penerapan diagram kendali univariat untuk setiap variabel individu adalah solusi yang mungkin, tetapi dapat menyebabkan kesimpulan yang salah. Maka dari itu dikembangkan diagram kendali multivariat. Dari banyak macam diagram kendali multivariat, ada tiga diantaranya yang sering digunakan yaitu *Multivariate Cumulative Sum* (MCUSUM),  $T^2$ -Hotelling dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA).

Diatur dalam UU Nomor 32 Tahun 2009 dan UU Nomor 74 Tahun 2001 disebutkan setiap orang yang melakukan kegiatan pengelolaan B3 (limbah racun) wajib mencegah terjadinya pencemaran dan atau kerusakan lingkungan hidup. Maka dari itu limbah cair perlu melalui proses pengolahan sebagai upaya untuk memperoleh kualitas air yang lebih baik sebelum air tersebut dibuang ke perairan. Pengolahan limbah cair menggunakan Instalasi Pengolahan Air Limbah (IPAL) dapat mengurangi kandungan bahan pencemar terutama senyawa organik, padatan tersuspensi, mikroba patogen, dan senyawa organik yang tidak dapat diuraikan oleh mikroorganisme alam. Suatu industri tekstil harus memenuhi baku mutu air limbah sesuai dengan Peraturan Menteri Lingkungan Hidup RI Nomor 5 Tahun 2014 tentang Baku Mutu Air Limbah. Pengendalian kualitas pada limbah cair hasil pengolahan juga perlu dilakukan untuk menjaga kualitas limbah cair [6].

Diagram kendali  $T^2$ -Hotelling adalah alat statistik yang cukup tepat digunakan untuk data berdistribusi normal multivariat untuk melihat bagaimana mengontrol stabilitas proses produksi [2]. Namun pada kenyataannya dilapangan, data yang dimiliki perusahaan yang akan dikenakan proses pengendalian kerap kali tidak dapat memenuhi asumsi normal multivariat. Dalam masalah ini diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) dapat menjadi solusi karena *robust* terhadap asumsi distribusi normal, artinya apabila data tidak memenuhi asumsi distribusi normal multivariat maka pembuatan diagram kendali MEWMA masih dapat dilakukan [2]

Pada penelitian sebelumnya, Ramdhani, A. [4] Menerapkan diagram kendali  $T^2$ -Hotelling untuk pemantauan dan pengendalian kualitas air limbah pada Instalasi Pengolahan Air Limbah (IPAL) di CV. Sandang Sari. Melihat data yang digunakan tidak memenuhi asumsi distribusi normal multivariat, penulis tertarik untuk menguji kembali menggunakan diagram kendali MEWMA tanpa harus menormalkan data. Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Bagaimana membuat diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) dengan berbagai nilai pembobot? Dan bagaimana menentukan nilai pembobot yang menghasilkan diagram kendali yang paling optimal?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sbb.

1. Mendapatkan diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) dengan berbagai nilai pembobot.
2. Mengetahui pembobot yang menghasilkan diagram kendali yang paling optimal.

## B. Metodologi Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder pada skripsi Afina Ramdhania [5]. Data sekunder adalah data yang diperoleh berdasarkan data yang sudah ada. Data tersebut merupakan hasil uji kualitas pengolahan air limbah di perusahaan industri tekstil CV. Sandang Sari yang dilakukan pada Januari 2018 – Desember 2021. Variabel-variabel

karakteristik yang digunakan pada penelitian ini adalah:

1. BOD atau Biological Oxygen Demand ( $X_1$ ) (mg/L)
2. COD atau Chemical Demand ( $X_2$ ) (mg/L)
3. TSS atau Total Suspended Solid ( $X_3$ ) (mg/L)
4. Ammonia Total ( $X_4$ ) (mg/L)
5. Sulfida ( $X_5$ ) (mg/L)
6. pH ( $X_6$ )

Variabel-variabel tersebut merupakan beberapa rangkaian standar yang ditetapkan oleh Menteri Lingkungan Hidup Republik Indonesia untuk menentukan kualitas air limbah industri tekstil. Pada penelitian ini akan membuat diagram kendali MEWMA dengan 8 nilai pembobot yaitu  $\lambda = 0,05$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\lambda = 0,2$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $\lambda = 0,4$ ,  $\lambda = 0,5$ ,  $\lambda = 0,6$  dan  $\lambda = 0,8$ . Adapun tahapan analisis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Uji distribusi normal multivariat
2. Standarisasi data
3. Menghitung nilai  $Z_i$
4. Menghitung nilai  $T_i^2$
5. Menghitung Batas Kendali Atas (BKA)
6. Membuat diagram kendali dengan beberapa pembobot
7. Memilih diagram kendali yang paling optimal
8. Kesimpulan

### C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

#### Statistic Deskriptif

Statistika deskriptif karakteristik kualitas air limbah pada IPAL di perusahaan industri tekstil CV. Sandang Sari yang dilakukan pada Januari 2018 – Desember 2021 disajikan pada tabel berikut.

**Table 1.** Karakteristik Kualitas Limbah Cair

| Variabel                       | Mean    | Minimum | Maksimum | Batas Spesifikasi |
|--------------------------------|---------|---------|----------|-------------------|
| Biological Oxygen Demand (BOD) | 40,65   | 9,22    | 157,42   | < 60 mg/L         |
| Chemical Demand (COD)          | 100,69  | 24,93   | 357,79   | < 150 mg/L        |
| Total Suspended Solid (TSS)    | 25,46   | 10      | 70       | < 50 mg/L         |
| Amonia Total ( $NH_3 - N$ )    | 0,842   | 0,004   | 8,965    | < 8 mg/L          |
| Sulfida                        | 0,06541 | 0,0012  | 0,3435   | < 0,3 mg/L        |
| pH                             | 6,9914  | 5,4     | 8,42     | 6 - 9             |

Berdasarkan tabel 1 terlihat bahwa secara umum kadar senyawa-senyawa limbah cair memiliki rata-rata yang sudah sesuai dengan batas spesifikasi perusahaan. Namun pada setiap karakteristik memiliki nilai diluar batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan. Jelasnya akan disajikan pada tabel berikut.

**Table 2.** Kadar Setiap Karakteristik Berdasarkan Batas Spesifikasi

| Variabel                       | Banyak Pengamatan         |                          |
|--------------------------------|---------------------------|--------------------------|
|                                | Didalam Batas Spesifikasi | Diluar Batas Spesifikasi |
| Biological Oxygen Demand (BDO) | 45                        | 3                        |
| Chemical Demand (COD)          | 44                        | 4                        |
| Total Suspended Solid (TSS)    | 47                        | 1                        |
| Amonia Total ( $NH_3 - N$ )    | 47                        | 1                        |
| Sulfida                        | 47                        | 1                        |
| pH                             | 46                        | 2                        |

Dari total 48 pengamatan, pada Biological Oxygen Demand (BDO) terdapat 3 pengamatan yang kadar senyawanya diluar batas spesifikasi. Pada Chemical Demand (COD) terdapat 4 pengamatan yang kadar senyawanya diluar batas spesifikasi. Pada Total Suspended Solid (TSS), Amonia Total dan Sulfida terdapat 1 pengamatan yang kadar senyawanya diluar batas spesifikasi. Pada pH terdapat 2 pengamatan yang kadar senyawanya diluar batas spesifikasi.

#### Uji Distribusi Normal Multivariat dengan Skewness dan Kurtosis

Berikut merupakan tabel *output* hasil pengujian distribusi normal multivariat dengan nilai skewness dan kurtosis menggunakan *software* R studio dengan hipotesis:

$H_0$  : Data berdistribusi normal multivariat

$H_1$  : Data tidak berdistribusi normal multivariat

**Table 3.** Hasil Uji Distribusi Normal Multivariat Skewness dan Kurtosis.

| Test            | Statistic        | p-value              | Result |
|-----------------|------------------|----------------------|--------|
| Mardia Skewness | 392,865203830645 | 4,30528872616466e-52 | NO     |
| Mardia Kurtosis | 16,113821890189  | 0                    | NO     |

Berdasarkan tabel 3 dapat diketahui bahwa nilai  $p - value skewness < \alpha$  atau  $4,3053 \times 10^{-52} < 0,05$ , begitu pula dengan nilai  $p - value kurtosis < \alpha$  atau  $0 < 0,05$ . Sehingga  $H_0$  ditolak yang berarti bahwa dengan keyakinan 95% data tidak berdistribusi normal multivariat. Walau demikian penelitian dapat dilakukan karena diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) *robust* terhadap asumsi normal multivariat.

#### Standarisasi Data

Karena adanya perbedaan satuan maka dilakukan proses standarisasi data terlebih dahulu berdasarkan persamaan berikut

$$X'_i = \frac{X_i - \bar{X}_j}{\sigma_j} \quad \begin{matrix} i = 1,2,3, \dots, n \\ j = 1,2,3, \dots, p \end{matrix} \quad (1)$$

$X_i$  adalah vektor data,  $\bar{X}_j$  adalah vektor rata-rata dari setiap variabel berukuran  $p \times 1$  dan  $\sigma$  adalah vektor simpangan baku dari setiap variabel berukuran  $p \times 1$ .

$$\bar{X}_j = \begin{pmatrix} 40,65 \\ 100,69 \\ 25,46 \\ 0,84 \\ 0,07 \\ 6,99 \end{pmatrix} \quad \sigma_j = \begin{pmatrix} 25,4219 \\ 63,3637 \\ 11,9390 \\ 1,5902 \\ 0,0676 \\ 0,5586 \end{pmatrix}$$

Sehingga didapatkan matriks hasil standarisasi ( $X'_i$ ) berukuran  $n \times p$  disajikan dalam tabel berikut.

**Table 4.** Hasil Standarisasi Data ( $X'_i$ )

| No | Periode | BOD          | COD          | TSS      | Amonia Total | Sulfida  | pH       |
|----|---------|--------------|--------------|----------|--------------|----------|----------|
| 1  | Jan-18  | -0,724281353 | -0,80692742  | -0,95958 | -0,5089      | -0,27949 | -0,64691 |
| 2  | Feb-18  | 0,106105037  | -0,188692137 | 0,548074 | -0,07826     | -0,94915 | -0,15462 |
| 3  | Mar-18  | 0,045527347  | -0,231418466 | 3,730909 | -0,44665     | 4,11103  | 0,695712 |
| ⋮  | ⋮       | ⋮            | ⋮            | ⋮        | ⋮            | ⋮        | ⋮        |
| 46 | Okt-21  | 0,318913676  | 0,287821715  | 0,045521 | -0,12392     | 0,314783 | 0,552498 |
| 47 | Nov-21  | -1,236438188 | -1,195645003 | -1,29462 | -0,36923     | 1,921684 | 0,194464 |
| 48 | Des-21  | -0,531140795 | -0,365075348 | -0,95958 | 0,88049      | -0,12279 | 0,194464 |

Dari data hasil standarisasi tersebut dihitung nilai rata-rata ( $\bar{X}'$ ) dan matriks kovarians ( $\Sigma$ ), hasil perhitungan sebagai berikut:

$$\bar{X}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0,96021 & 0,40845 & -0,11632 & -0,11071 & -0,08847 \\ 0,96021 & 1 & 0,35893 & -0,13134 & -0,17630 & -0,09250 \\ 0,40845 & 0,35893 & 1 & -0,04234 & 0,17932 & 0,08860 \\ -0,11632 & -0,13134 & -0,04234 & 1 & 0,09294 & -0,13793 \\ -0,11071 & -0,17630 & 0,17932 & 0,09294 & 1 & 0,10520 \\ -0,08847 & -0,09250 & 0,08860 & -0,13793 & 0,10520 & 1 \end{pmatrix}$$

### Menghitung Nilai $Z_i$

Dari p variabel dihitung vektor univariat EWMA untuk setiap variabel diperoleh vektor  $Z_i$  dengan menggunakan persamaan berikut:

$$Z_i = \lambda X'_i + (1 - \lambda) Z_{i-1} ; i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

Dimana nilai  $0 < \lambda < 1$  dan  $Z_0 = 0$  dengan n adalah banyaknya pengamatan,  $\lambda$  adalah besar pembobot dan  $X'_i$  adalah vektor pengamatan ke-i hasil standarisasi. Hasil perhitungan sebagai berikut:

Untuk  $i = 1$ , dengan  $\lambda = 0,05$  dimana  $Z_0 = 0$

$$Z_1 = 0,05 \begin{bmatrix} -0,72428 \\ -0,80692 \\ -0,95958 \\ -0,5089 \\ -0,27949 \\ -0,64691 \end{bmatrix} + (1 - 0,05)0 = \begin{bmatrix} -0,0362 \\ -0,0403 \\ -0,0480 \\ -0,0254 \\ -0,0140 \\ -0,0323 \end{bmatrix}$$

$$\text{Untuk } i = 2$$

$$Z_2 = 0,05 \begin{bmatrix} 0,10610 \\ -0,18869 \\ 0,54807 \\ -0,07826 \\ -0,94915 \\ -0,15462 \end{bmatrix} + (1 - 0,05) \begin{bmatrix} -0,0362 \\ -0,0403 \\ -0,0480 \\ -0,0254 \\ -0,0140 \\ -0,0323 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0291 \\ -0,04776 \\ -0,01818 \\ -0,02809 \\ -0,06073 \\ -0,03846 \end{bmatrix}$$

Untuk nilai  $Z_4$  sampai  $Z_{48}$  diperoleh dengan perhitungan yang sama dilakukan untuk setiap pembobotnya.

### Menghitung Nilai $T_i^2$

Selanjutnya untuk perhitungan titik pengamatan yang diplotkan dalam diagram kendali MEWMA dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$T_i^2 = Z_i^T \Sigma_{Z_i}^{-1} Z_i ; i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

Dimana  $\Sigma_{Z_i}$  adalah matriks kovarian dari  $Z_i$ , dihitung dengan persamaan berikut:

$$\Sigma_{Z_i} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma \quad (4)$$

Hasil perhitungan sebagai berikut:

Untuk  $i = 1$ , dengan  $\lambda = 0,05$

$$\Sigma_{Z_1} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2(1)}] \Sigma$$

$$\Sigma_{Z_1} = \frac{0,05}{2 - 0,05} [1 - (1 - 0,05)^2]$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0,96021 & 0,40845 & -0,11632 & -0,11071 & -0,08847 \\ 0,96021 & 1 & 0,35893 & -0,13134 & -0,17630 & -0,09250 \\ 0,40845 & 0,35893 & 1 & -0,04234 & 0,17932 & 0,08860 \\ -0,11632 & -0,13134 & -0,04234 & 1 & 0,09294 & -0,13793 \\ -0,11071 & -0,17630 & 0,17932 & 0,09294 & 1 & 0,10520 \\ -0,08847 & -0,09250 & 0,08860 & -0,13793 & 0,10520 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,0025 & 0,0024 & 0,0010 & -0,0003 & -0,0003 & -0,0002 \\ 0,0024 & 0,0025 & 0,0009 & -0,0003 & -0,0004 & -0,0002 \\ 0,0010 & 0,0009 & 0,0025 & -0,0001 & 0,0004 & 0,0002 \\ -0,0003 & -0,0003 & -0,0001 & 0,0025 & 0,0002 & -0,0003 \\ -0,0003 & -0,0004 & 0,0004 & 0,0002 & 0,0025 & 0,0003 \\ -0,0002 & -0,0002 & 0,0002 & -0,0003 & 0,0003 & 0,0025 \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_{Z_1}^{-1} = \begin{pmatrix} 5607,8472 & -5302,9664 & -347,7389 & -26,9499 & -255,4737 & 59,5702 \\ -5302,9664 & 5521,5645 & 123,3033 & 81,0745 & 356,2547 & 4,3712 \\ -347,7389 & 123,3033 & 521,3514 & 0,0081 & -104,51 & -54,5551 \\ -26,9499 & 81,0745 & 0,0081 & 419,941 & -34,7369 & 66,6912 \\ -255,4737 & 356,2547 & -104,51 & -34,7369 & 460,0254 & -33,5745 \\ 59,5702 & 4,3712 & -54,5551 & 66,6912 & -33,5745 & 423,2388 \end{pmatrix}$$

$$T_1^2 = Z_1^T \Sigma_{Z_1}^{-1} Z_1$$

$$T_1^2 =$$

$$\begin{bmatrix} -0,0362 \\ -0,0403 \\ -0,0480 \\ -0,0254 \\ -0,0140 \\ -0,0323 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} 5607,8472 & -5302,9664 & -347,7389 & -26,9499 & -255,4737 & 59,5702 \\ -5302,9664 & 5521,5645 & 123,3033 & 81,0745 & 356,2547 & 4,3712 \\ -347,7389 & 123,3033 & 521,3514 & 0,0081 & -104,51 & -54,5551 \\ -26,9499 & 81,0745 & 0,0081 & 419,941 & -34,7369 & 66,6912 \\ -255,4737 & 356,2547 & -104,51 & -34,7369 & 460,0254 & -33,5745 \\ 59,5702 & 4,3712 & -54,5551 & 66,6912 & -33,5745 & 423,2388 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -0,0362 \\ -0,0403 \\ -0,0480 \\ -0,0254 \\ -0,0140 \\ -0,0323 \end{bmatrix} =$$

$$2,28$$

Untuk nilai  $T_2^2$  sampai  $T_{48}^2$  diperoleh dengan perhitungan yang sama, hasil seluruh nilai  $T_i^2$  untuk setiap pembobot disajikan pada tabel berikut.

**Table 5.** Nilai Pengamatan ( $T_i^2$ ) untuk Setiap Pembobot ( $\lambda$ )

| $i$      | $\lambda$ |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|          | 0.05      | 0.1      | 0.2      | 0.3      | 0.4      | 0.5      | 0.6      | 0.8      |
| 1        | 2.28      | 2.28     | 2.28     | 2.28     | 2.28     | 2.28     | 2.28     | 2.28     |
| 2        | 3.32      | 3.35     | 3.39     | 3.42     | 3.45     | 3.46     | 3.45     | 3.37     |
| 3        | 9.00      | 9.90     | 11.94    | 14.28    | 16.82    | 19.41    | 21.88    | 25.80    |
| $\vdots$ | $\vdots$  | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| 46       | 3.44      | 6.06     | 6.33     | 4.89     | 3.52     | 2.52     | 1.81     | 0.99     |
| 47       | 2.70      | 5.22     | 5.85     | 5.53     | 5.67     | 6.09     | 6.54     | 7.11     |
| 48       | 2.99      | 5.43     | 5.74     | 5.10     | 4.59     | 4.09     | 3.57     | 2.62     |

### Menghitung Batas Kendali Atas (BKA)

Selanjutnya menghitung Batas Kendali Atas (BKA) sesuai dengan perhitungan pada persamaan berikut, dengan melibatkan nilai rata-rata dan simpangan baku dari nilai  $T_i^2$ . Hasil perhitungan disajikan sebagai berikut:

Untuk pembobot  $\lambda = 0.05$

$$BKA = \mu_0 + 3\sigma = 5 + 3(3,65) = 14,60$$

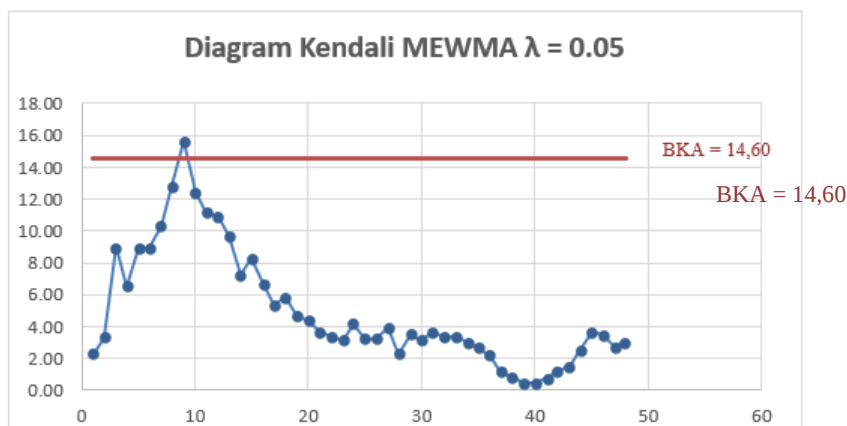
Nilai Batas Kendali Atas (BKA) untuk pembobot  $\lambda = 0,1$ ,  $\lambda = 0,2$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $\lambda = 0,4$ ,  $\lambda = 0,5$ ,  $\lambda = 0,6$  dan  $\lambda = 0,8$  diperoleh dengan perhitungan yang sama, hasil seluruh nilai BKA disajikan pada tabel berikut.

**Table 6.** Nilai Batas Kendali Atas dengan Beberapa Pembobot ( $\lambda$ )

| Pembobot ( $\lambda$ ) |       |       |       |       |       |       |       |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,05                   | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,8   |
| 14,6                   | 16,27 | 17,51 | 18,01 | 18,26 | 25,99 | 27,08 | 28,36 |

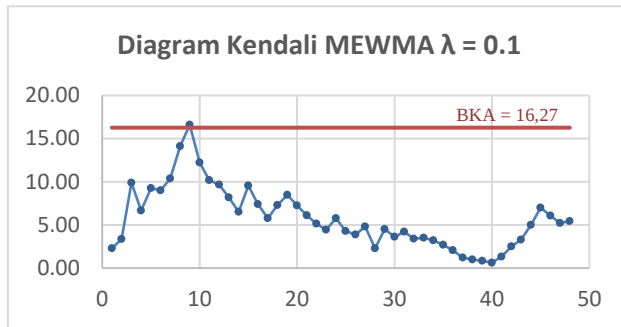
### Membuat Diagram Kendali dengan Beberapa Pembobot

Setelah itu membuat diagram kendali dengan memplotkan nilai  $T_i^2$  dan Batas Kendali Atas (BKA) yang telah diperoleh. Diagram kendali dengan pembobot sebesar  $\lambda = 0,05$  akan disajikan pada gambar berikut:

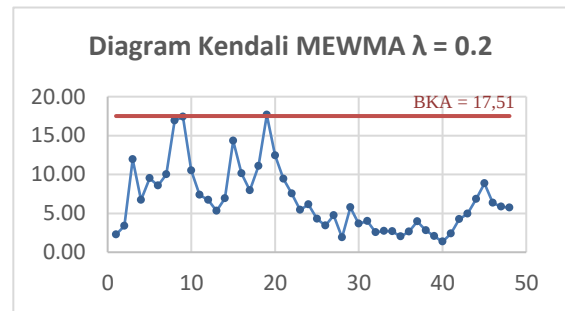


**Gambar 1.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,05

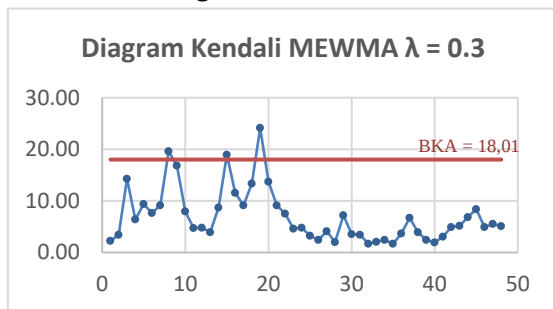
Berdasarkan gambar diatas dengan nilai Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 14,60, terdapat satu pengamatan yang keluar dari batas kendali atas yaitu pengamatan ke-9 dengan nilai 15,64. Dengan adanya nilai pengamatan diluar batas kendali dapat dikatakan rata-rata proses kualitas limbah cair belum terkendali secara statistic. Selanjutnya pembuatan diagram kendali dilakukan untuk pembobot sebesar  $\lambda = 0,1$ ,  $\lambda = 0,2$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $\lambda = 0,4$ ,  $\lambda = 0,5$ ,  $\lambda = 0,6$  dan  $\lambda = 0,8$  disajikan sebagai berikut.



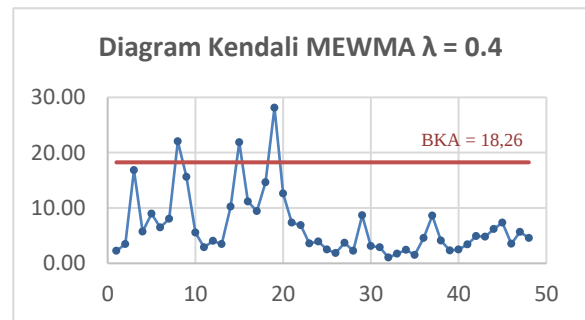
**Gambar 3.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,1



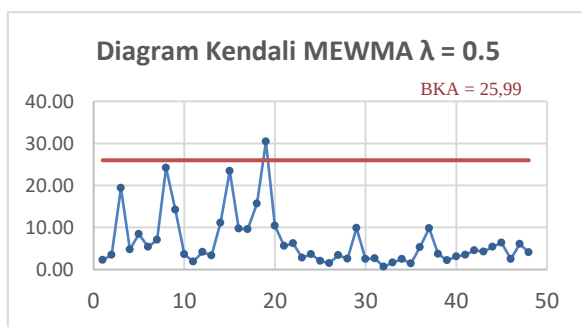
**Gambar 2.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,2



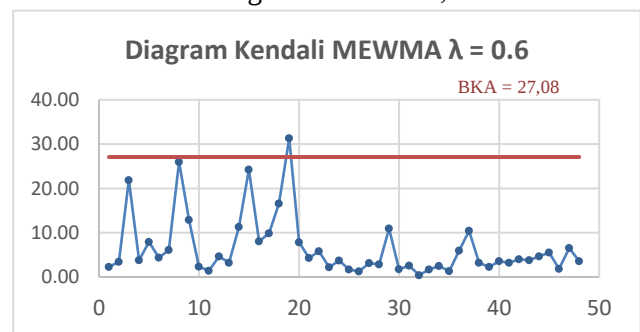
**Gambar 4.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,3



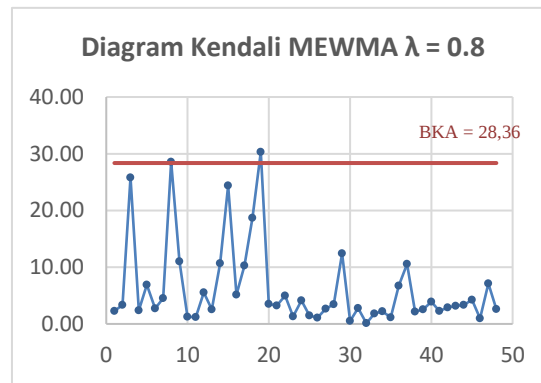
**Gambar 5.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,4



**Gambar 6.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,5



**Gambar 7.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,6



**Gambar 8.** Diagram Kendali MEWMA dengan Pembobot 0,8

Dari delapan diagram kendali yang telah dibuat, akan ditentukan diagram kendali mana yang paling optimal. Menurut Sari dkk [5] pemilihan nilai pembobot ( $\lambda$ ) yang paling optimal dapat diketahui dengan memperhatikan rata-rata jarak nilai MEWMA ( $T_i^2$ ) tiap pengamatan terhadap BKA pada masing-masing diagram kendali dengan nilai pembobot ( $\lambda$ ) berbeda. Hasil perhitungan disajikan sebagai berikut:

$$DK_{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n |T_i^2 - BKA|}{n}$$

$$DK_{0,05} = \frac{|2,28 - 14,60| + |3,32 - 14,60| + \dots + |2,70 - 14,60| + |2,99 - 14,60|}{48}$$

$$= 9,695216$$

Untuk  $DK_{0,1}$  sampai  $DK_{0,8}$  diperoleh dengan perhitungan yang sama. Berikut disajikan tabel berikut untuk memperjelas hasil percobaan pembobot pada diagram kendali MEWMA.

**Table 7.** Pemilihan Diagram Kendali MEWMA yang Paling Optimal

| Pembobot ( $\lambda$ ) | Nilai BKA | > BKA | $DK_{\lambda}$ |
|------------------------|-----------|-------|----------------|
| 0,05                   | 14,6      | 1     | 9,695216       |
| 0,1                    | 16,27     | 1     | 10,50083       |
| 0,2                    | 17,51     | 1     | 10,82092       |
| 0,3                    | 18,01     | 3     | 11,44538       |
| 0,4                    | 18,26     | 3     | 12,10832       |
| 0,5                    | 25,99     | 1     | 19,45681       |
| 0,6                    | 27,08     | 1     | 20,72129       |
| 0,8                    | 28,36     | 2     | 22,26661       |

Berdasarkan tabel 7 didapat rata-rata jarak nilai MEWMA tiap pengamatan terhadap batas kendali atas dengan nilai rata-rata paling kecil terdapat pada diagram control dengan nilai pembobot  $\lambda = 0,05$  yaitu sebesar 9,69521. Hal ini berarti diagram kendali dengan pembobot  $\lambda = 0,05$  merupakan diagram kendali MEWMA yang paling optimal.

#### D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis pada bab sebelumnya, maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

Setelah menerapkan diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) dengan beberapa pembobot pada karakteristik kualitas limbah cair pada

industri tekstil CV. Sandang Sari periode bulan Januari 2018 sampai Desember 2021, diagram kendali yang dihasilkan menunjukkan paling sedikit terdapat 1 pengamatan dan paling banyak terdapat 3 pengamatan berada di luar batas kendali.

Diagram kendali MEWMA yang paling optimal untuk data kualitas limbah cair adalah diagram kendali MEWMA dengan pembobot 0,05 dan Batas Kendali Atas (BKA) sebesar 14,2. Hal ini disebabkan karena pembobot tersebut memiliki nilai rata-rata jarak tiap pengamatan terhadap BKA yang paling kecil. Diagram kendali tersebut memiliki satu nilai pengamatan berada di luar BKA yaitu pengamatan ke 9. Hal ini menunjukkan bahwa kualitas limbah cair pada IPAL di perusahaan tekstil CV. Sandang Sari tidak terkendali secara statistik.

### Acknowledge

Dalam proses penyusunannya tidak sedikit kesulitan yang penulis alami, namun melalui dukungan dan bantuan beberapa pihak akhirnya penelitian ini dapat terselesaikan dengan baik, oleh karena itu saya mengucapkan terimakasih kepada pihak-pihak yang telah membantu.

### Daftar Pustaka

- [1] Dewantara, R. C. (2013). Penerapan Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart Pada Proses Pembuatan Boiler di PT. ALSTOM ESI Surabaya.
- [2] Montgomery, D. C. (2009). Introduction to Statistical Quality Control, Sixth Edition. United States of America: John Willey & Sons, Inc.
- [3] Ramadhani, E. M. (2019). Controlling Industrial Processes Using Multivariate Exponential Weighted Moving Average (MEWMA). International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE).
- [4] Ramadhania, A. (2022). Diagram Kendali Multivariat T2 Hotelling dengan Teknik Dekomposisi MYT pada Instalasi Pengolahan Air Limbah (Studi Kasus CV. Sandang Sari). Skripsi tidak dipublikasikan. Bandung: Jurusan Statitika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung.
- [5] Sari, S. P. (2016). Pengontrolan Bahan Baku Produksi Semen Jenis PCC Di PT. Semen Padang dengan Menggunakan Diagram Kontrol MEWMA. Jurnal Matematika UNAND Vol. 5, No. 3, 7-14.
- [6] M. R. N. Alam and A. K. Mutaqin, "Pemodelan Distribusi Poisson-Sujatha pada Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia," *Jurnal Riset Statistika*, pp. 71–78, Jul. 2023, doi: 10.29313/jrs.v3i1.1944.