Selang Kepercayaan *the Generalized Confidence Interval* (GCI) untuk Koefisien Variasi dari Distribusi *Invers Gaussian*

Aneu Nurkamilah*, Abdul Kudus

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*aneunurkamilah2@gmail.com, abdul.kudus@unisba.ac.id

Abstract. One of the distribution functions known in statistics is the Inverse Gaussian (IG) distribution. The IG distribution is used to deal with data that has a positive or right-skewed slope. The IG distribution was first introduced by Schrodinger in 1915 which originated from Brownian motion theory. In further statistical studies there is what is known as the coefficient of variation (CV), which is the ratio between the standard deviation and the mean value. In addition to point estimates, it is often desirable to find confidence intervals. One method to estimate the confidence interval of the CV coefficient is The Generalized Confidence Interval (GCI) method. In this thesis, the GCI method will be applied to the coefficient of variation of the IG distribution on PM 2.5 air pollution data. In the research process, the stages of analysis carried out include calculating the estimated parameters of the IG distribution using the maximum likelihood method, Kolmogorov-Smirnov test, calculating the values of $R\lambda$, $R\mu$, dan $R\theta$ for GCI to get the set of $R\theta$ and calculating the 95% confidence interval for the parameter value θ, namely the CV parameter. Based on the calculation results, it is obtained that the PM 2.5 data in Malang City in 2023 comes from an IG-distributed population and the GCI confidence interval with a 95% confidence level for the CV of the IG distribution on PM 2.5 air pollution data in Malang City in 2023 is in the range [0.25; 0.42].

Keywords: *Inverse Gaussian Distribution, Coefficient of Variation, The Generalized Confidence Interval (GCI).*

Abstrak. Salah satu fungsi distribusi yang dikenal dalam ilmu statistika adalah distribusi Invers Gaussian (IG). Distribusi IG digunakan untuk mengatasi data yang memiliki kemiringan positif atau miring ke kanan. Distribusi IG pertama kali diperkenalkan oleh Schrodinger tahun 1915 yang berasal dari teori gerak Brown. Dalam kajian statistika lebih lanjut ada yang dikenal dengan koefisien variasi (CV) yaitu perbandingan antara standar deviasi dengan nilai rata-rata. Selain nilai dugaan titik, seringkali juga diinginkan untuk mencari selang kepercayaan. Salah satu metode untuk menduga selang kepercayaan koefisien CV adalah metode The Generalized Confidence Interval (GCI). Dalam skripsi ini akan dilakukan penerapan metode GCI untuk koefisien variasi dari distribusi IG pada data pencemaran udara PM 2.5. Dalam proses penelitian tahapan analisis yang dilakukan meliputi menghitung taksiran parameter dari distribusi IG menggunakan metode maksimum likelihood, uji Kolmogorov-Smirnov, menghitung nilai $R\lambda$, $R\mu$, dan $R\theta$ bagi GCI hingga mendapatkan himpunan $R\theta$ dan menghitung selang kepercayaan 95% untuk nilai parameter θ yakni parameter CV. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh bahwa data PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 berasal dari populasi yang berdistribusi IG dan selang kepercayaan GCI dengan tingkat kepercayaan 95% untuk CV dari distribusi IG pada data pencemaran udara PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 adalah berada di dalam rentang [0.25; 0.42].

Kata Kunci: *Distribusi Invers Gaussian, Koefisien Variasi, The Generalized Confidence Interval (GCI).*

Corresponding Author
Email: abdul.kudus@unisba.ac.id

A. Pendahuluan

Statistika inferensial adalah teknik analisis data yang digunakan untuk menentukan sejauh mana kesamaan antara hasil yang diperoleh dari suatu sampel dengan hasil yang akan didapat pada populasi secara keseluruhan [1] [10]. Salah satunya hal penting dalam statistika inferensial adalah estimasi parameter yang dapat dilakukan dengan dua cara yaitu penaksiran titik dan penaksiran selang. Taksiran selang adalah memperkirakan suatu parameter berdasarkan nilai-nilai dalam suatu selang tertentu, sehingga hasil taksiran selang akan memberikan tingkat kepercayaan tertentu.

Dalam penelitian ini, penulis akan melakukan penaksiran parameter untuk distribusi Invers Gaussian (IG). Distribusi IG digunakan untuk mengatasi data yang memiliki kemiringan positif atau miring ke kanan. Distribusi IG pertama kali diperkenalkan oleh Schrodinger pada tahun 1915 dan telah banyak digunakan untuk memodelkan beragam fenomena diantaranya pada bidang aktuaria, hidrologi, kardiologi, demografi, ekonomi dan lain-lain.

Pada kajian statistika ada yang dikenal dengan koefisien variasi (*coefficient of variation* atau CV) yaitu perbandingan antara standar deviasi dengan nilai rata-rata. Koefisien variasi dan selang kepercayaan telah banyak digunakan dan dikembangkan oleh peneliti salah satunya metode untuk membuat selang kepercayaan adalah *the generalized confidence interval* (GCI).

Dalam skripsi ini akan dibuat selang kepercayaan untuk CV yang berasal dari distribusi IG yang diterapkan pada data pencemaran udara yaitu PM 2.5 di Kota Malang karena kota ini memiliki kondisi PM 2.5 yang sesuai dengan kriteria dari distribusi IG yaitu data miring ke kanan.

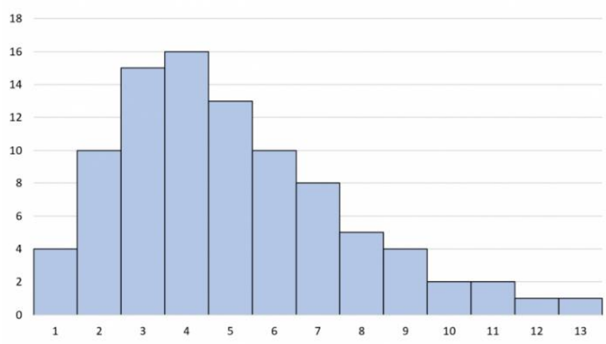
Pencemaran udara adalah masuknya atau dimasukkannya zat, energi, dan/atau komponen lain ke dalam udara ambien oleh kegiatan manusia, sehingga melampaui baku mutu udara yang telah ditetapkan [3]. Keberadaan zat pencemar dalam udara dapat membayakan kesehatan manusia salah satunya adalah PM 2.5 yang bisa menyebabkan gangguan kesehatan hingga kematian. Dilansir dari IQAir, PM 2.5 merupakan partikel halus yang mudah dihirup karena ukurannya sangat kecil yakni berdiameter 2,5 μm atau kurang. Maka, pada penelitian ini penulis akan menerapkan pembuatan selang kepercayaan dari CV yang berasal dari distribusi IG dengan menggunakan metode GCI yang diterapkan pada data pencemaran udara.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: "Bagaimana selang kepercayaan yang dibuat dengan metode GCI untuk koefisien variasi dari distribusi IG pada data pencemaran udara PM 2.5". Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini adalah pembuatan selang kepercayaan dengan metode GCI untuk koefisien variasi dari distribusi IG pada data pencemaran udara PM 2.5.

B. Metodologi Penelitian

Distribusi Invers Gaussian

Terdapat beberapa distribusi yang menjadi alternatif ketika data memiliki kemiringan signifikan seperti distribusi gamma, weibull dan *skew*-normal. Namun, terdapat distribusi lain yakni distribusi Invers Gaussian (IG) yang digunakan sebagai alternatif dalam mengatasi masalah ketika data memiliki kemiringan positif atau miring ke kanan seperti pada gambar 1. Selain itu, distribusi ini memiliki taksiran parameter yang dapat dihitung secara analitik sehingga berbeda dengan distribusi lain yang membutuhkan proses numerik untuk menghitung taksiran parameternya.



Gambar 1. Histogram Kemiringan Positif

Distribusi Invers Gaussian (IG) pertama kali diperkenalkan oleh Schrodinger seorang botanis asal Hungaria pada tahun 1915, untuk memodelkan *the first passage time* dari gerakan Brown dengan penyimpangan positif. Kemudian, dikembangkan oleh Tweedie seorang statistikawan asal Skotlandia pada tahun 1945, ia menjelaskan mengenai sifat-sifat dari penaksir parameter distribusi IG. Pada tahun 1947, Abraham Wald seorang matematikawan ternama asal Austria melanjutkan penelitian Tweedie mengenai distribusi IG dan menerbitkan beberapa *paper* serta makalah mengenai distribusi tersebut dan sebagai penghargaan atas hasil kerjanya maka distribusi IG disebut juga distribusi Wald [4].

Misalkan $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ adalah peubah acak dari distribusi IG yang dinotasikan sebagai $IG \sim (\mu, \lambda)$ di mana parameter μ adalah parameter rata-rata dan λ adalah parameter skala. Fungsi densitas dari peubah acak X yang mengikuti distribusi IG adalah:

$$f(x; \mu, \lambda) = \left(\frac{\lambda}{2\pi x^3}\right)^{\frac{1}{2}} exp\left\{-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}\right\}; x > 0, \mu > 0, \lambda > 0$$

Edgemen et al. (1988) dan Mudholkar et al. (2001) menyatakan bahwa fungsi distribusi kumulatif dari peubah acak X yang mengikuti fungsi densitas distribusi IG adalah fungsi dari distribusi kumulatif normal standar [5], yaitu:

$$F(x; \mu, \lambda) = \Phi\left[\left(\frac{x}{\mu} - 1\right)\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right] + exp\left(\frac{2\lambda}{\mu}\right)\Phi\left[-\left(\frac{x}{\mu} + 1\right)\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

dimana $x > 0$, $\mu > 0, \lambda > 0$ dan Φ (t) adalah fungsi distribusi kumulatif normal standar yang dievaluasi pada t. Rata-rata dan varians dari distribusi IG masing-masing dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$E(X) = \mu$$

dan

$$Var(X) = \frac{\mu^3}{\lambda}$$

Taksiran Parameter Distribusi Invers Gaussian

Misalkan $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ adalah peubah acak yang saling bebas dan berdistribusi indentik Invers Gaussian dengan parameter μ dan λ, yang dinotasikan dengan $X_i \sim IG(\mu, \lambda)$ maka dengan menggunakan metode maksimum *likelihood*, taksiran parameter distribusi IG [6], [7] adalah:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

dan

$$\hat{\lambda}^{-1} = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}}\right)\right]$$

Uji Kecocokan Kolmogorov-Smirnov

Uji kecocokan (*goodness of fit test)* bertujuan untuk mengetahui apakah sebuah distribusi data dari sampel mengikuti sebuah distribusi teoritis tertentu ataukah tidak. Hipotesis untuk uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah:

$H_0: F(x) = F^*(x)$; Data berasal dari suatu populasi berdistribusi tertentu.

$H_1: F(x) \neq F^*(x)$; Data tidak berasal dari suatu populasi berdistribusi tertentu.

Misalkan sampel acak yang berukuran n yaitu $X_1, X_2, \dots, X_n$ dimana realisasi dari sampel acak tersebut adalah $x_1, x_2, \dots, x_n$. Statistik uji *Kolmogorov-Smirnov* untuk hipotesis di atas adalah:

$$D = \max_{1 \le i \le n} |F_n(x_i) - F^*(x_i)|$$

dimana $F_n(x_i)$ adalah fungsi distribusi empiris untuk data pengamatan ke-i, sedangkan $F^*(x_i)$ adalah fungsi distribusi kumulatif data pengamatan ke-i berdasarkan fungsi distribusi IG. Hipotesis nol diterima apabila statistik uji D lebih kecil dari nilai kristisnya [8].

Koefisien Variasi (CV)

Koefisien Variasi (CV) adalah nilai perbandingan antara standar deviasi dengan nilai rata-rata dari suatu distribusi. Nilai CV dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

Berdasarkan rumus CV diatas maka dapat dihitung nilai CV untuk X yang mengikuti distribusi IG adalah:

$$CV(X) = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda}}$$

Selang Kepercayaan Untuk CV dari Distribusi IG Menggunakan Metode GCI

Pendekatan GCI pertama kali diperkenalkan oleh Weerahandi pada tahun 1993. Selang kepercayaan untuk koefisien variasi (CV) dihitung menggunakan konsep kriteria *Generalized Pivot Quantity* (GPQ). Misalkan $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ adalah peubah acak dari distribusi IG yaitu $f(x; \mu, \lambda)$. Metode GCI dapat diterapkan jika GPQ $R(X; x, \mu, \lambda)$ memenuhi dua syarat berikut ini [9]:

1. Distribusi probabilitas dari fungsi $R(X; x, \mu, \lambda)$ tidak bergantung pada parameter yang tidak diketahui.
2. Nilai yang diamati dari $R(X; x, \mu, \lambda)$, $X = x$ tidak bergantung pada parameter gangguan.
3. Penaksiran maksimum *likelihood* dari IG adalah $\hat{\mu} = \bar{X}$ dan $\hat{\lambda}^{-1} = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}}\right)\right]$.

   Untuk memudahkan penulisan dibuat $V = \hat{\lambda}^{-1}$. Lalu, $\bar{X}$ dan V adalah peubah acak yang saling bebas dengan distribusi.

$$\bar{X} \sim IG(\mu, n\lambda)$$

dan

$$n\lambda V \sim \chi^2_{(n-1)}$$

Dengan $\bar{x}$ dan υ masing-masing menyatakan nilai pengamatan dari peubah acak $\bar{X}$ dan V. Maka, menurut [10] GPQ untuk λ dan μ masing-masing dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$R_\lambda = \frac{n\lambda V}{n\upsilon} \sim \frac{\chi^2_{(n-1)}}{n\upsilon}$$

dan

$$R_\mu = \frac{\bar{x}}{\left|1 + \frac{\sqrt{n\lambda}(\bar{x}-\mu)}{\mu\sqrt{\bar{x}}}\sqrt{\frac{\bar{x}}{nR_\lambda}}\right|} \overset{\sim}{\rightarrow} \frac{\bar{x}}{\left|1 + Z\sqrt{\frac{\bar{x}}{nR_\lambda}}\right|}$$

dimana $\overset{\sim}{\rightarrow}$ menyatakan pendekatan dari distribusi $Z \sim N(0,1)$. Maka, GCI untuk CV dari distribusi IG dapat dinyatakan dalam bentuk.

$$R_\theta = \sqrt{\frac{R_\mu}{R_\lambda}}$$

Selanjutnya, selang kepercayaan dua sisi $100(1-\alpha)\%$ untuk CV dari distribusi IG berdasarkan metode GCI dinyatakan sebagai berikut:

$$SK_{GCI} = [BB_{GCI}, BA_{GCI}] = [R_\theta(\alpha/2), R_\theta(1-\alpha/2)]$$

dimana $R_\theta(\alpha/2)$ dan $R_\theta(1-\alpha/2)$ adalah persentil ke-$100(\alpha/2)$ dan persentil ke-$100(1-\alpha/2)$ dari distribusi R_θ.

Algoritma yang digunakan untuk membangun GCI, adalah

1. Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah data berdistribusi IG.
2. Hitung nilai $\hat{\mu}$ dan $\hat{\lambda}$.
3. Tetapkan m = 5000 dan set j = 1.
4. Bangkitkan $n\lambda V$ dari distribusi chi-kuadrat dengan derajat kebebasan n-1 dari persamaan (2.15), dengan menetapkan seed = j.
5. Bangkitkan Z dari distribusi normal standar dari persamaan (2.16) dengan menetapkan seed = j+123.
6. Hitung R_λ, R_μ dan R_θ dengan menggunakan masing-masing persamaan (2.15), (2.16) dan (2.17).
7. Ulangi langkah 4 sampai 6 sebanyak 5.000 kali dan dapatkan himpunan R_θ untuk GCI.
8. Hitung selang kepercayaan 95% untuk θ dengan menggunakan persamaan (2.18).

Pencemaran Udara

Udara merupakan salah satu aspek penting dalam kehidupan. Namun seiring berjalannya waktu udara mengalami pencemaran akibat dari semakin banyaknya pembangunan perkotaan, industri maupun transportasi sehingga dapat membahayakan lingkungan serta kesehatan manusia. Paparan dari pencemaran udara dapat menyebabkan gangguan kesehatan yang menyerang semua kalangan usia.

Salah satu zat pencemar yang sangat berbahaya bagi kesehatan manusia yaitu *Particulate Matter* (PM) 2.5. *Particulate Matter* (PM) merupakan sebuah bentuk pencampuran dari partikel padatan dan droplet cairan yang ditemukan di udara. PM 2.5 merupakan partikel halus yang mudah terhirup dan memiliki diameter 2,5 μm ataupun lebih kecil. Dilansir dari IQAir sumber polusi ini hasil dari emisi pembakaran bensin, industri, bahan bakar, asap dari kebakaran hutan, debu dan lain-lain. Menurut Badan Kesehatan Dunia (WHO) tahun 2010, PM 2.5 dapat mengakibatkan Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA), kanker paru-paru, penyakit kardiovaskular, kematian dini dan penyakit paru-paru obstruktif kronis.

Badan Kesehatan Dunia (WHO) tahun 2006 membuat pedoman untuk ambang batas aman paparan PM 2.5 dalam durasi waktu 24 jam adalah 25 μg/m^3. Adapun di Indonesia berdasarkan Peraturan Pemerintah Nomor 41 tahun 1999 tentang nilai ambang batas mengeluarkan nilai ambang batas PM 2.5 di udara yaitu 65 μg/m^3 (rata-rata per 24 jam).

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu data PM 2.5 di Kota Malang pada bulan Mei tahun 2023.

Nilai Taksiran Parameter Distribusi IG

Proses perhitungan untuk nilai taksiran parameter dari distribusi IG yaitu parameter $\hat{\mu}$ dan $\hat{\lambda}$ dibantu menggunakan *software* RStudio, diperoleh nilai taksiran untuk parameter $\hat{\mu}$ sebesar 27,5129 dan $\hat{\lambda}$ sebesar 282,7992.

Nilai Koefisien Variasi (CV)

Nilai CV untuk untuk X yang mengikuti distribusi IG adalah sebagai berikut:

$$CV(X) = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda}} = 0{,}3119$$

Berdasarkan hasil perhitungan diatas diperoleh nilai koefisien variasi (CV) untuk data PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 adalah 0,3119.

Uji Kecocokan Distribusi IG

Untuk menguji kecocokan distribusi IG menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* pada data PM 2.5 di Kota Malang bulan Mei tahun 2023. Hipotesis untuk pengujiannya adalah:

$H_0: F(x) = F^*(x)$; Data PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 berasal dari suatu populasi berdistribusi IG.

$H_1: F(x) \neq F^*(x)$; Data PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 tidak berasal dari suatu populasi berdistribusi IG.

Untuk menghitung statistic uji *Kolmogorov-Smirnov* memerlukan nilai taksiran nilai dari fungsi distribusi empiris dan nilai fungsi distribusi kumulatif dari distribusi IG. Dengan menggunakan rumus untuk statistik uji *Kolmogorov-Smirnov* diperoleh D sebesar 0,07232. Dengan taraf nyata $\alpha = 5\%$ dan $n = 31$ diperoleh nilai kritis sebesar 0,238. Karena nilai D sebesar 0,07232 lebih kecil dari nilai kritisnya yaitu 0,238. Maka, disimpulkan bahwa hipotesis nol diterima artinya data PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 berasal dari suatu populasi berdistribusi IG.

Nilai Selang Kepercayaan Untuk CV dari Distribusi IG Menggunakan Metode GCI

Untuk menghitung nilai dari selang kepercayaan untuk CV dari distribusi IG menggunakan metode GCI ini dibantu *software* RStudio karena nilai GPQ dari μ dan λ dilakukan sebanyak 5000 kali sehingga proses perhitungannya tidak dapat dilakukan secara manual. Berikut ini nilai-nilai dari himpunan R_θ bagi GCI disajikan pada tabel 1 dibawah ini.

Tabel 1. Nilai R_θ Bagi GCI

No	Nilai R_θ Sebelum Diurutkan
1	0.367835138065235
2	0.354826090376325
3	0.364700615714109
…	…
5000	0.328183005973505

Selanjutnya, nilai-nilai pada tabel 1 diurutkan terlebih dahulu dari nilai terkecil hingga terbesar. Lalu, menghitung batas bawah dan batas atas selang kepercayaan menggunakan $R_\theta(\alpha/2)$ dan $R_\theta(1-\alpha/2)$ dengan $\alpha = 5\%$ dimana batas bawahnya persentil ke- $100(\alpha/2)$ dan batas atasnya persentil ke- $100(1-\alpha/2)$. Sehingga akan didapat nilai selang kepercayaan untuk CV dari distribusi IG menggunakan metode GCI dengan tingkat kepercayaan 95% adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Nilai Selang Kepercayaan

Batas Bawah	0.2518486
Batas Atas	0.4243184

Berdasarkan tabel 2 dapat disimpulkan bahwa dengan tingkat kepercayaan 95% nilai selang kepercayaan untuk PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 berada diantara rentang [0.25; 0.42]. Nilai rentang selang kepercayaan tersebut berada diantara nilai koefisien variasi (CV) yaitu 0.31.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan bahwa dengan tingkat kepercayaan 95% selang kepercayaan menggunakan metode GCI untuk CV dari distribusi IG pada data pencemaran udara PM 2.5 di Kota Malang tahun 2023 adalah berada di dalam rentang [0.25; 0.42].

Acknowledge

Dalam penyusunan jurnal ini, penulis banyak mendapat bantuan serta dukungan dari berbagai pihak. Dengan setulus hati, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak atas segala bentuk bantuan maupun dukungan yang telah diberikan baik itu kepada Bapak Abdul Kudus, M.Si., Ph.D., selaku dosen pembimbing yang telah menyumbangkan waktu, ilmu, pengetahuan dan kesempatan serta kemudahan bagi penulis, maupun orang tua dan keluarga serta teman-teman seperjuangan yang senantiasa selalu mendo'akan serta memberikan dukungan moral maupun materi kepada penulis. Penulis menyadari bahwa jurnal ini masih banyak kekurangan dan jauh dari kesempurnaan. Semoga jurnal ini dapat bermanfaat tidak hanya bagi penulis tetapi juga bagi para pembaca.

Daftar Pustaka

[1] P. Anggita Nuraeni, T. Sofia Yanti, A. Kudus, P. Studi Statistika, and F. Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, "Taksiran Interval bagi Rata-rata Parameter Distribusi Poisson," Statistika Unisba, vol. 2, no. 2, 2016.

[2] S. Arba, "Kosentrasi Respirable Debu Particulate Matter (Pm 2,5) dan Gangguan Kesehatan Pada Masyarakat di Permukiman Sekitar PLTU," Kesehatan Masyarakat, vol. 9, no. 2, 2019.

[3] M. Mervisiano, "DISTRIBUSI INVERS GAUSSIAN," Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia, Depok, 2013.

[4] A. K. Mutaqin, "Penurunan Fungsi Distribusi Kumulatif dari Distribusi Inverse Gaussian," vol. 4, no. 1, 2004.

[5] I. Kwaku and K. Regina, "CONFIDENCE ELLIPSES UNDER THE INVERSE GAUSSIAN DISTRIBUTION," University of Regina, Canada, 2016.

[6] A. K. Mutaqin, "Distribusi Inverse Gaussian Sebagai Salah Satu Distribusi Kegagalan," Statistika Unisba, vol. 1, no. 1, pp. 43–50, 2001.

[7] S. Nugroho, Statistika Nonparametrika, 1st ed. Bengkulu: UNIB Press, 2008.

[8] W. Chankham, S. A. Niwitpong, and S. Niwitpong, "Measurement of dispersion of PM 2.5 in Thailand using confidence intervals for the coefficient of variation of an inverse Gaussian distribution," PeerJ, vol. 10, Feb. 2022, doi: 10.7717/peerj.12988.

[9] R. D. Ye, T. F. Ma, and S. G. Wang, "Inferences on the common mean of several inverse Gaussian populations," Comput Stat Data Anal, vol. 54, no. 4, pp. 906–915, Apr. 2010, doi: 10.1016/j.csda.2009.09.039.

[10] N. Azizah, "Pemodelan Spatial Autoregressive (SAR-X) pada Perkawinan Usia Anak di Indonesia," *Jurnal Riset Statistika*, pp. 1–10, Jul. 2023, doi: 10.29313/jrs.v3i1.1643.