 https://doi.org/10.29313/bcss.v3i2.8459

Estimasi Parameter Weibull pada Waktu *Survival* Pasien Kanker Serviks RSUD Kota Makassar Tahun 2017-2019

Aulia Khairunnisa*, Dwi Agustin Nuriani Sirodj

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*auliakhair00@gmail.com, dwi.agustinnuriani@unisba.ac.id

Abstract. The Weibull distribution is a development of the exponential distribution. The Weibull distribution consists of 3 parameters, namely scale parameters, shape parameters and location parameters. Another form of 3-parameter distribution is the Weibull 2-parameter distribution consisting of scale parameters and shape parameters. Weibull distribution parameter estimation uses Maximum Likelihood Estimation (MLE) and is solved by Newton-Raphson iterations due to nonlinear results. The data used in this study is data on cervical cancer patients at RSUD Kota Makassar in 2017-2019. From this study it can be concluded that the Weibull distribution parameters for survival time variables are 7,8383 for scale parameters and 1,5140 for shape parameters.

Keywords: *Cervical Cancer, Maximum Likelihood Estimation, Weibull Distribution.*

Abstrak. Distribusi Weibull merupakan pengembangan dari distribusi eksponensial. Distribusi Weibull terdiri dari 3 parameter, yaitu parameter skala, parameter bentuk dan parameter lokasi. Bentuk lain dari dsitribusi 3 paramater yaitu distribusi Weibull 2 parameter yang terdiri dari parameter skala dan parameter bentuk. Estimasi parameter dsitribusi Weibull menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan diselesaikan oleh iterasi Newton-Raphson sebab hasil yang nonliear atau tidak *closed form*. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data pasien kanker serviks RSUD Kota Makassar tahun 2017-2019. Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa parameter distribusi Weibull untuk variabel waktu *survival* adalah 7,8383 untuk parameter skala dan 1,5140 untuk parameter bentuk.

Kata Kunci: *Distribusi Weibull, Kanker serviks, Maximum Likelihood Estimation.*

Corresponding Author
Email: dwi.agustinnuriani@unisba.ac.id

A. Pendahuluan

Menurut (Collet, 2003) analisis *survival* merupakan frasa yang digunakan untuk menggambarkan analisis data dalam bentuk waktu dari asal yang ditentukan dengan jelas hingga terjadinya beberapa peristiwa atau titik akhir tertentu. Secara umum analisis *survival* dapat dijelaskan sebagai metode analisis data yang variabel dependennya merupakan waktu hingga terjadi suatu kejadian (Kleinbaum, 1996). Waktu yang dimaksud bisa dalam satuan tahun, bulan, hari, jam, atau menit yang diukur mulai dari awal pengamatan hingga terjadi suatu kejadian yang telah ditentukan. Insiden penyakit, kematian, penyembuhan atau kekambuhan merupakah salah satu contoh kejadian yang bisa diamati.

Distribusi Weibull merupakan distribusi pengembangan dari distribusi eksponensial, umumnya distribusi ini digunakan pada analisis reliabilitas, data waktu atau data lingkungan. Distribusi Weibull memuat 3 parameter yaitu parameter lokasi (*location*), parameter bentuk (*shape*) dan parameter skala (*scale*). Distribusi Weibull versi skala-bentuk (*scale-shape version*) merupakan salah satu bentuk lain dari distribusi Weibull, terdapat 2 parameter didalamnya yaitu parameter skala (*scale*) dan parameter bentuk (*shape*). Distribusi Weibull termasuk distribusi probabilitas kontinu. Bentuk fungsionalnya yang mudah merupakan kelebihan dari distribusi ini sehingga mudah juga diterapkan di berbagai kejadian.

Estimasi merupakan proses yang digunakan untuk menghasilkan suatu nilai tertentu terhadap suatu parameter dan dapat digolongkan menjadi dua yaitu estimasi titik dan estimasi parameter (Yendra & Noviadi, 2015). Estimasi parameter dapat dilakukan dengan metode maksimum *likelihood*. Metode maksimum *likelihood* adalah yang paling popular atau yang paling sering digunakan dalam penelitian. Hal ini dikarenakan metode tersebut sangat berhubungan dengan kemampuan numerik, terutama dalam menghasilkan titik penyelesaian dalam suatu persamaan. Metode Newton-Raphson adalah metode untuk mencari hampiran atau pendekatan terhadap akar fungsi real (Chong & Zak, 2005). Metode Newton-Raphson sering konvergen dengan cepat, terutama bila iterasi dimulai cukup dekat dengan akar yang diinginkan.

Distribusi Weibull banyak ditemukan pada data kesehatan. Kanker serviks merupakan penyakit yang bisa di derita oleh wanita sebab serviks merupakan leher rahim yang hanya dimiliki oleh wanita. The American Cancer Society mengestimasi bahwa pada tahun 2022 sekitar 14.100 kasus baru ditemukan dan 4.280 wanita akan meninggal karena kanker serviks. Ada lebih dari 20% kasus kanker serviks banyak di derita oleh wanita berusia di atas 65 tahun. Disebutkan oleh Dinas Kesehatan (Dinkes) Provinsi Sulawesi Selatan bahwa kanker serviks (leher rahim) adalah jenis kanker yang paling banyak diderita masyarakat perempuan saat ini yaitu sebanyak 151 penderita pada tahun 2009 (Musfirah, 2018).

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Bagaimana estimasi parameter distribusi Weibull, fungsi *survival* dan fungsi distribusi kumulatif pada data waktu *survival* pasien kanker serviks RSUD Kota Makassar tahun 2017-2019?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui estimasi parameter dsitribusi Weibull, fungsi *survival* dan fungsi distribusi kumulatif pada data waktu *survival* pasien kanker serviks RSUD Kota Makassar tahun 2017-2019 .

B. Metodologi Penelitian

Distribusi Weibull

Peneliti menggunakan data sekunder yang diperoleh dari penelitian terdahulu yang dilakukan oleh (Hasa, 2022). Data tersebut merupakan waktu *survival* dalam satuan hari pasien kanker serviks RSUD Kota Makassar tahun 2017-2019.

Distribusi Weibull dikenalkan oleh Wallodi Weibull (1939), distribusi ini telah diakui sebagai model yang tepat dalam studi keandalan dan masalah pengujian kehidupan seperti waktu untuk kegagalan atau panjang umur komponen atau produk (Otaya, 2016) dan memiliki berbagai macam aplikasi dalam cabang ilmu. Distribusi Weibull merupakan distribusi yang menggambarkan ketahanan waktu dari makhluk hidup.

Misalkan diketahui $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ adalah waktu *survival* yang merupakan variabel acak kontinu yang bernilai non-negatif dan berdistribusi Weibull tiga parameter yang mempunyai

Fungsi Kepadatan Peluang (FKP) sebagai berikut:

$$f(y) = \frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{y-\delta}{\lambda}\right)^{\gamma-1} exp\left[-\left(\frac{y-\delta}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] \tag{1}$$

dengan $y > \delta, 0 < \lambda < \infty, 0 < \gamma < \infty, 0 < \delta < \infty$, dimana $\gamma, \lambda\ dan\ \delta$ masing-masingnya merupakan parameter bentuk (*shape*), parameter skala (*scale*) dan parameter lokasi (*location*), kemudian dinotasikan dengan $Y \sim W(\gamma, \lambda, \delta)$ (Rinne, 2009). Bentuk lain distribusi Weibull 3 parameter adalah distribusi Weibull 2 parameter yaitu distribusi Weibull versi skala-bentuk, disebut 2 parameter pada saat $\delta = 0$ dengan FKP yang diberikan sebagai berikut:

$$f(y) = \frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma-1} exp\left[-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] \tag{2}$$

dengan $y > 0, 0 < \lambda < \infty, 0 < \gamma < \infty$.

Fungsi *survival* dari distribusi Weibull versi skala-bentuk diberikan oleh persamaan (2.3).

$$S(y) = P(Y > y) = exp\left[-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] \tag{3}$$

dan fungsi distribusi kumulatif didefinisikan oleh persamaan (4).

$$F(y) = P(Y \leq y)$$
$$F(y) = \int_0^y f(y)\, dy$$
$$= \int_0^y \frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma-1} exp\left[-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] dy$$

Misal $u = y^{\gamma}$ maka $\frac{du}{dy} = \gamma y^{\gamma-1}$, $du = \gamma y^{\gamma-1} dy$, karena $u = y^{\gamma}$ maka batas integral ikut berubah dari $y = 0 \to u = 0$ menjadi $y = y \to u = y^{\gamma}$. Sehingga untuk mencari fungsi densitas kumulatif dari distribusi Weibull menggunakan persamaan berikut

$$F(y) = \int_0^{y^{\gamma}} \frac{1}{\lambda}\frac{1}{\lambda^{\gamma-1}} exp\left[-\left(\frac{u}{\lambda^{\gamma}}\right)\right] \gamma y^{\gamma-1}\, dy$$
$$F(y) = \int_0^{y^{\gamma}} \frac{1}{\lambda^{\gamma}} exp\left[-\left(\frac{u}{\lambda^{\gamma}}\right)\right] du$$
$$F(y) = \frac{1}{\lambda^{\gamma}}\int_0^{y^{\gamma}} exp\left[-\left(\frac{u}{\lambda^{\gamma}}\right)\right] du$$
$$F(y) = \frac{1}{\lambda^{\gamma}}\left[-\frac{1}{\frac{1}{\lambda^{\gamma}}} exp\left[-\left(\frac{u}{\lambda^{\gamma}}\right)\right]\Bigg|_0^{y^{\gamma}}\right]$$
$$F(y) = -1\left[exp\left[-\left(\frac{y^{\gamma}}{\lambda^{\gamma}}\right)\right] - 1\right]$$
$$F(y) = 1 - exp\left[-\left(\frac{y^{\gamma}}{\lambda^{\gamma}}\right)\right]$$
$$F(y) = 1 - exp\left[-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] \tag{4}$$

FKP yang diberikan oleh persamaan (2) dapat diperoleh dari fungsi *survival* pada persamaan (3) dan fungsi distribusi kumulatif melalui hubungan seperti berikut:

$$f(y) = \frac{dF(y)}{dy}$$
$$= -\frac{dS(y)}{dy}$$

Berdasarkan persamaan (2) dan (3) diperoleh persamaan fungsi *hazard* yaitu,

$$h(y) = \frac{f(y)}{S(y)}$$

$$= \frac{\frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma-1} exp\left[-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma}\right]}{exp\left[-\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma}\right]}$$
$$= \frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{y}{\lambda}\right)^{\gamma-1}$$
$$= \gamma\lambda^{-\gamma}y^{\gamma-1} \quad (5)$$

Momen ke *r* distribusi Weibull versi skala-bentuk dengan FKP yang diberikan oleh persamaan (2.2) dapat dituliskan dalam bentuk umum sebagai berikut:

$$E(Y^r) = \lambda\Gamma_r \quad (6)$$

dengan Γ(.) adalah fungsi Gamma dan Γ_r didefinisikan oleh,

$$\Gamma_r = \Gamma\left(\frac{r}{\gamma} + 1\right)$$

Mean dan variansi dari peubah acak Y dapat diperoleh berdasarkan persamaan (7) sebagai berikut:

$$\mu_Y = E(Y) = \lambda\Gamma\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) \quad (7)$$

dan

$$var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$
$$= \lambda^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\gamma} + 1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right)\right]^2\right]$$
$$= \lambda^2(\Gamma_2 - \Gamma_1{}^2) \quad (8)$$

(Rinne, 2009)

Maximum likelihood estimation (MLE) merupakah salah satu metode penaksiran parameter distribusi Weibull. Metode MLE merupakan metode penaksiran parameter yang cara kerjanya menentukan maksimum fungsi *likelihood*. Tahap awal MLE adalah mendefinisikan fungsi *likelihood*. Misalkan diketahui n sampel acak, $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ saling bebas dan berdistribusi identik (*independent identical distributed*) yaitu $Y_i \sim W(\lambda, \gamma), i = 1,2,3, \dots, n$. Berdasarkan FKP yang diberikan oleh (2), maka fungsi *likelihood* didefinisikan oleh persamaan (9)

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i)$$
$$= \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\gamma}{\lambda}\left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma-1} exp\left[-\frac{y_i}{\lambda}\right]^{\gamma}\right) \quad (9)$$

Penaksir $\boldsymbol{\theta}$ yang memaksimumkan *likelihood* $L(\boldsymbol{\theta})$ juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*.

Fungsi *log-likelihood* $\ell(\boldsymbol{\theta})$ adalah sebagai berikut:

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \ln[L(\boldsymbol{\theta})]$$
$$= \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} (\ln f(y_i))$$
$$= \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}}\left[[\ln(\gamma) - \ln(\lambda) + (\gamma - 1)[\ln y_i - \ln\lambda] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] \quad (10)$$

Pada teori kalkulus diperoleh $\widehat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\lambda}\;\hat{\gamma}]^T$ yang memaksimalkan fungsi *log-likelihood* [$\ell(\boldsymbol{\theta})$] dari turunan pertama yakni fungsi $L(\boldsymbol{\theta})$ terhadap semua parameter kemudian disamakan dengan nol (**0**) yaitu,

$$\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$$
$$\begin{bmatrix}\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\lambda} \\ \frac{\partial\ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\gamma}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 \\ 0\end{bmatrix} \quad (11)$$

Ruas kiri dari persamaan (11) dinamakan vektor gradien (**g**) yaitu,

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Komponen-komponen vektor gradien (12) berturut-turut adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial \lambda} [\ln \gamma - \ln \lambda + (\gamma - 1)[\ln y_i - \ln \lambda]] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left(-\frac{1}{\lambda} - (\gamma - 1)\frac{1}{\lambda} - \left[-\gamma \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{y_i}{\lambda^2}\right) \right] \right) \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial}{\partial \gamma} [\ln \gamma - \ln \lambda + (\gamma - 1)[\ln y_i - \ln \lambda]] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\gamma} + [\ln y_i - \ln \lambda] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} (\ln y_i - \ln \lambda) \right) \end{aligned} \tag{14}$$

Dari persamaan (13) dan (14) di dapat sistem persamaan *likelihood* (2.11) yaitu sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(-\frac{1}{\lambda} - (\gamma - 1)\frac{1}{\lambda} - \left[-\gamma \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{y_i}{\lambda^2}\right) \right] \right) = 0$$

atau

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\gamma} + [\ln y_i - \ln \lambda] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} (\ln y_i - \ln \lambda) \right) = 0 \tag{15}$$

Berdasarkan persamaan (15), persamaan *likelihood* terdiri dari persamaan-persamaan nonlinier yang saling bergantungan atau bentuknya tidak *closed form* sehingga penyelesaian eksak dari persamaan *likelihood* untuk mendapatkan penaksiran *maximum likelihood* (ML) $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ tidak dapat dilakukan secara analitis. Metode alternatif lanjutan untuk menyelesaikan persamaan *likelihood* agar mendapatkan penaksiran ML ($\hat{\boldsymbol{\theta}}$) adalah metode iteratif Newton-Raphson. Formulasi iterasi Newton-Raphson adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)} - \left[\mathbf{H}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)}\right)\right]^{-1} \mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)}\right) \tag{16}$$

dengan $\mathbf{g}$ adalah vektor gradien yang diberikan oleh persamaan (12) dan matriks Hessian $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ yaitu matriks turunan parsial orde kedua dari fungsi *log-likelihood* terhadap semua parameter, bentuk umum matriks *Hessian* adalah:

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma \partial \lambda} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma^2} \end{bmatrix} \tag{17}$$

Elemen-elemen matriks Hessian $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_1)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda^2} &= \frac{\partial}{\partial \lambda}\left[\frac{\partial}{\partial \lambda}[\ell(\boldsymbol{\theta})]\right] \\ &= \frac{\partial}{\partial \lambda}\left[\sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{1}{\lambda} - (\gamma - 1)\frac{1}{\lambda} + \left(\left(\frac{\gamma}{\lambda^2}\right) y_i \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma-1}\right)\right]\right] \\ &= \sum_{i=1}^{n}\left[-\left(\frac{\gamma^2 + \gamma}{\lambda^2}\right)\left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} + \frac{\gamma}{\lambda^2}\right] \end{aligned} \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma^2} = \frac{\partial}{\partial \gamma}\left[\frac{\partial}{\partial \gamma}[\ell(\boldsymbol{\theta})]\right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \lambda}\left[\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial \lambda}\left[\ln \gamma - \ln \lambda + (\gamma - 1)[\ln y_i - \ln \lambda] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma}\right]\right]\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{1}{\gamma^2}\left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} [\ln y_i - \ln \lambda]^2\right] \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda \partial \gamma} = \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma \partial \lambda}$$

$$= \frac{\partial}{\partial \lambda}\left[\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\gamma} + [\ln y_i - \ln \lambda] - \left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma} [\ln y_i - \ln \lambda]\right]\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda}\left(\gamma \ln\left(\frac{y_i}{\lambda}\right) + 1\right)\left(\frac{y_i}{\lambda}\right)^{\gamma}\right] \quad (20)$$

(Suyitno, 2017)

Pengujian Distribusi Weibull

Pengujian distribusi data pada variabel dependen yaitu variabel waktu *survival* dilakukan dengan menggunakan pendekatan Kolmogorov-Smirnov. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah sebaran data pada variabel dependen mengikuti distribusi Weibull. Berikut adalah hipotesis yang digunakan.

H_0:Waktu *survival* mengikuti distribusi Weibull.

H_1:Waktu *survival* tidak mengikuti distribusi Weibull.

Statistik uji:

$$D = \max\ |S(y) - F(y)| \quad (21)$$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika nilai $D > D_{\alpha,n-1}$ atau $p - value < \alpha$

Dimana:

S(y) = Nilai empiris distribusi kumulatif sampel

F(y) = Fungsi distribusi kumulatif dari persamaan (2.4)

D = Nilai kristis uji Kolmogorov-Smirnov

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Deskriptif Data

Deskripsi data menjelaskan mengenai karakteristik dari variabel yang akan digunakan dalam penelitian yaitu waktu survival. Berikut merupakan nilai pemusatan data dari waktu survival.

Tabel 1. Deskripsi Data

	Mean	**StDev**	**Minimum**	**Maksimum**
Waktu *Survival*	7,018	4,99	1	20

Berdasarkan Tabel 1 dapat diketahui bahwa dari 56 pasien rata-rata waktu *survival* pasien adalah 7 hari, paling sebentar adalah 1 hari dan paling lama adalah 20 hari dengan standar deviasi adalah 4,99.

Estimasi Parameter Distribusi Weibull

Pengujian parameter distribusi Weibull dilakukan menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson seperti pada persamaan (2.16). Hasil ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Estimasi Parameter Distribusi Weibull

Parameter	**Hasil Penaksiran**
Skala (λ)	7,8383
Bentuk (γ)	1,5140

Berdasarkan hasil penaksiran parameter pada Tabel 2 maka dapat diperoleh fungsi *survival* dari persamaan (2.3) sebagai berikut

$$S(Y) = \exp\left[-\left(\frac{y}{7{,}8383}\right)^{1{,}5140}\right]$$

dan fungsi distribusi kumulatif dari Persamaan (2.4) sebagai berikut

$$F(Y) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{y}{7{,}8383}\right)^{1{,}5140}\right]$$

Selain fungsi *survival* dan fungsi distribusi kumulatif , dari Tabel 2 juga dapat diperoleh rata-rata serta varian dari waktu *survival* pasien kanker serviks. Rata-rata dan varians berturut-turut terdapat pada persamaan (2.7) dan persamaan (2.8)

$$\begin{aligned} E(Y) &= \lambda\Gamma\left(\frac{1}{\gamma}+1\right) \\ &= 7{,}8383\,\Gamma\left(\frac{1}{1{,}5140}+1\right) \\ &= 7{,}8383\,\Gamma(1{,}6605) \\ &= 7{,}8383\,(0{,}9018) \\ &= 7{,}0686 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} var(Y) &= \lambda^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\gamma}+1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{\gamma}+1\right)\right]^2\right] \\ &= 7{,}8383^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{1{,}5140}+1\right) - \left[\Gamma\left(\frac{1}{1{,}5140}+1\right)\right]^2\right] \\ &= 61{,}4389[\Gamma(2{,}3210) - [\Gamma(1{,}6605)]^2] \\ &= 61{,}4389\,[(1{,}1816) - (0{,}9018)^2] \\ &= 61{,}4389\,(0{,}3684) \\ &= 22{,}6341 \end{aligned}$$

Pengujian Distribusi Weibull

Pengujian distribusi dilakukan pada waktu *survival*. Rumusan hipotesis yang digunakan adalah
H_0:Waktu *survival* mengikuti distribusi Weibull.
H_1:Waktu *survival* tidak mengikuti distribusi Weibull.
Statistik uji diberikan pada persamaan (2.21) dan didapatkan hasil seperti pada Tabel 3.

Tabel 3. Pengujian Distribusi Weibull Variabel Waktu *Survival*

D	$D_{56;0,05}$	Keputusan
0,1255	0,178	Terima H_0

Berdasarkan hasil perhitungan yang disajikan pada Tabel 3, diputuskan H_0 diterima pada taraf signifikansi 0,05 dengan nilai $D = 0{,}1255 < D_{56;0,05} = 0{,}178$. Jadi dapat disimpulkan bahwa waktu *survival* berdistribusi Weibull.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan hasil penelitian yaitu estimasi parameter distribusi Weibull menggunakan MLE dan diselesaikan oleh iteratif Newton-Raphson adalah parameter skala $\lambda = 7{,}8383$ dan parameter bentuk $(\gamma) = 1{,}5140$. Dari estimasi parameter tersebut bisa di substitusikan pada fungsi-fungsi yang telah disebutkan sebelumnya yaitu fungsi *survival* dan fungsi distribusi kumulatif seperti sebagai berikut:

$$S(Y) = \exp\left[-\left(\frac{y}{7{,}8383}\right)^{1{,}5140}\right]$$

$$F(Y) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{y}{7{,}8383}\right)^{1{,}5140}\right]$$

Acknowledge

Alhamdulillah puji dan syukur penulis ucapkan pada Allah SWT atas berkah dan rahmat-Nya penulis bisa menyelesaikan karya ilmiah ini meskipun masih jauh dari kata sempurna. Terima kasih penulis ucapakan kepada seluruh keluarga dan kerabat atas segala bantuan dan dukungannya, terutama kepada Ibu Dwi Agustin Nuriani Sirodj S.Si. M.Stat. selaku dosen pembimbing yang telah banyak memberikan bantuan dan arahan selama masa penulisan yang sangat berarti dalam menyelesaikan karya ilmiah ini. Karya ilmiah ini merupakan sebagian dari penelitian pada tugas akhir yang penulis lakukan.

Daftar Pustaka

[1] Chong, E. K. P.& Stanislaw H. Z. (2008). *An Introduction To Optimization, Third Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

[2] Collet, D. (2003). *Modelling Survival Data In Medical Research, Second Edition.* London: Chapman and Hall.

[3] Hasa, Nini Karnihayani. (2022). Analisis Bayesian Survival Weibull Untuk Menentukan Faktor Yang Mempengaruhi Laju Kesembuhan Pasien Rawat Inap Kanker Serviks di RSDU Kota Makassar. *Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, **4**(1), 1-8.

[4] Kleinbaum, D. G., (1996). *Survival analysis : A Self Learning Text, Third Edition.* New York: Springer-Verlag.

[5] Musfirah. (2018). Faktor Risiko Kejadian Kanker Serviks Di Rsup Dr. Wahidin Sudirohusodo Makassar. *Jurnal Kesehatan Masyarakat.* **4**(1), 1-8.

[6] Otaya, L. G., (2016). Distribusi Probabilitas Weibull dan Aplikasinya (Pada Persoalan Keandalan (Reliability) dan Analisis Rawatan (Maintainability)). *Jurnal Menejemen Pendidikan Islam*. **4**(2): 44-66.

[7] Rinne, H. (2009). *The Weibull Distribution A Handbook*. CRC Press Taylor and Francis Group.

[8] Suyitno. (2017). Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Model Regresi Weibull Univariat. Jurnal Eksponensial, **8**(2), 179-184.

[9] Yado, R & Noviadi, E. T. (2015). Perbandingan Estimasi Parameter Pada Distribusi Eksponensial Dengan Menggunakan Metode Maksimum Likelihood Dan Metode Bayesian. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika.* **1**(2), 62-72.