Pemodelan Regresi *Conway-Maxwell-Poisson* untuk Mengatasi Overdispersi pada Data Angka Kematian Ibu Di Provinsi Jawa Timur

Deri Dzikria Khofiyandi*, Suliadi Suliadi

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*deridzikria31@gmail.com, suliadi@gmail.com

Abstract. Poisson regression is usually used to model count data. one assumption in Poisson regression is equidispersion that meanS the mean equals to the variance. However, in real data it is often this assumption does not meet. One way to overcome overdispersion is the Conway-Maxwell-Poisson (COM-Poisson) regression. This study applied the COM-Poisson regression to model the effect of Pregnant women who receive a minimum of 4 antenatal care visits (X1), Active Integrated Health Post (X2), Delivery assisted by Healthcare Professional (X3), Provision of Iron Supplement Tablets to Pregnant Women (X4), Pregnant women who received Td2+ Immunization (X5) and Poverty Rate (X6) to Maternal Mortality Rate (Y) for East Java Province data of 2020. The obtained model is $\theta = exp(-0{,}0327597\, x_1 + 0{,}0273463\, x_2 - 0{,}0254072 x_3 + 0{,}0001796 x_4 + 0{,}0021870 x_5 + 0{,}0249129 x_6)$ with dispersion parameter $\nu\ = 0{,}35044$. Meanwhile, the factors that influence the maternal mortality rate are pregnant women who get at least 4 checkups or check-ups at the end of their pregnancy (X1) and pregnant women who receive health services, especially at posyandu (X2).

Keywords: *Overdispersion, Conway-Maxwell-Poisson Regression, Maternal Mortality Rate*

Abstrak. Regresi Poisson digunakan dalam memodelkan data cacahan. Salah satu asumsi dalam regresi Poisson adalah *equdispersi* yang berarti rata-rata sama dengan varians. Namun, pada data rill seringkali asumsi ini tidak terpenuhi. Salah satu cara untuk mengatasi overdispersi adalah dengan menggunakan regresi *Conway-Maxwell-Poisson* (COM-Poisson). Penelitian regresi COM-Poisson ini diterapkan untuk memodelkan pengaruh dari pemeriksaan akhir masa kehamilan (K4) (X1), keberadaan posyandu aktif (X2), persalinan yang ditolong tenaga kesehatan (X3), pemberian tablet penambah darah pada ibu hamil (X4), pemberian imunisasi td2+ pada ibu hamil (X5) dan persentase penduduk miskin (X6) terhadap Angka Kematian Ibu(Y) di Provinsi Jawa Timur pada data tahun 2020 Diperoleh model *Conway-Maxwell-Poisson* adalah $\theta = exp(-0.0327597\, x_1 + 0.0273463\, x_2 - 0.0254072 x_3 + 0.0001796 x_4 + 0.0021870 x_5 + 0.0249129 x_6)$ dengan parameter dispersi $\nu\ = 0{,}35044$. Sememtara itu, faktor-faktor yang mempengaruhi angka kematian ibu adalah ibu hamil yang mendapatkan pemeriksaan minimal 4 kali (K4) atau pemeriksaan akhir masa kehamilan (X1) dan ibu hamil yang menerima pelayanan kesehatan terutama di posyandu (X2).

Kata Kunci: *Overdispersi, Regresi Conway-Maxwell-Poisson, Angka kematian Ibu.*

Corresponding Author
Email: suliadi@gmail.com

A. Pendahuluan

Metode statistika yang sering digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon dan variabel bebas adalah analisis regresi. Pada umumnya analisis regresi klasik digunakan untuk menganalisis data variabel respon yang berupa data kontinu dan menyebar normal. Namun dalam aplikasinya, data variabel respon yang akan dianalisis berupa cacahan sehingga kurang cocok untuk memodelkan data tersebut (Nelder and Wedderburn, 1972).

Generalized Linear Model (GLM) merupakan perluasan dari model regresi linear, perbedaanya terletak pada variabel respon yang tidak memerlukan asumsi menyebar normal (McCullagh dan Nelder 1989). Variabel respon untuk model GLM diasumsikan mengikuti distribusi tertentu yang termasuk kedalam keluarga eksponensial dan memiliki tiga komponen utama yaitu acak, sistematik, dan fungsi penghubung. Salah satu distribusi yang termasuk kedalam keluarga eksponensial adalah Poisson (Muhammad & Aceng, 2023). Distribusi ini tergolong dalam distribusi diskrit yang mengestimasi probabilitas munculnya kejadian yang terjadi dalam selang waktu. Pendekatan regresi Poisson digunakan ketika respon berbentuk diskrit.

Di dalam regresi Poisson terdapat asumsi yang harus dipenuhi yaitu equidispersi. Kondisi equidispersi terjadi ketika nilai rata-rata sama dengan varians-nya. Akan tetapi sering sekali pada data riil yang mengandung cacahan tidak sesuai dengan asumsi yang diharapkan di mana nilai dari rataan lebih kecil dari varians nya, oleh karena itu kondisi tersebut disebut *overdispersi* (Seller dan Premeaux 2020). Kondisi *overdispersi* umumnya terjadi pada variabel yang berbentuk cacahan dan disebabkan kelebihan varians atau adanya korelasi positif antara variabel respon (Helber 2007). Menurut Seller dan Premeaux (2020) kondisi *overdispersi* harus mendapat perhatian karena dapat menyebabkan estimasi pada standar error menjadi lebih kecil dari nilai yang sesungguhnya (*underestimate*). Terjadinya kondisi *underestimate* dapat menyebabkan kesalahan dalam pengambilan keputusan pada uji signifikansi yang akan cenderung menolak hipotesis nol sehingga dapat mengindikasi bahwa variabel bebas cenderung berpengaruh terhadap variabel respon sedangkan seharusnya belum tentu berpengaruh signifikan.

Seller dan Shmueli (2010) memberikan alternatif mengestimasi model yaitu Regresi *Conway-Maxwell-Poisson* (COM-Poisson). Model ini memiliki fleksibilitas dalam mengatasi kondisi *under* maupun *overdispersi*. Dalam model *Conway-Maxwell-Poisson*, parameter *Conway-Maxwell* mengontrol tingkat variasi dan memungkinkan variasi yang lebih besar atau lebih kecil dari model Poisson standar.

Dalam penelitian ini kami akan menerapkan metode Regresi *Conway-Maxwell-Poisson* dalam mengatasi masalah *overdispersi* pada pemodelan data angka kematian ibu di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2020 serta mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhinya.

B. Metodologi Penelitian

Peneliti menggunakan metode Regresi *Conway-Maxwell-Poisson* (COM-Poisson), di mana data yang digunakan merupakan data sekunder tingkat Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur yang diperoleh dari Buku Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2020 yang diterbitkan oleh Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur.

Pada penelitian ini variabel respon (Y) yang digunakan adalah Angka Kematian Ibu per 100.000 kelahiran hidup dengan 6 variabel bebas yang diduga mempengaruhi kasus kematian ibu adalah pemeriksaan minimal 4 kali (K4) atau pemeriksaan akhir masa kehamilan (X1), keberadaan posyandu aktif (X2), persalinan yang ditolong tenaga kesehatan (X3), pemberian tablet penambah darah pada ibu hamil (X4), pemberian imunisasi td2+ pada ibu hamil (X5) dan persentase penduduk miskin (X6).

Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk memodelkan banyaknya kejadian pada waktu dan wilayah tertentu dengan variabel respon merupakan berbentuk cacahan. Distribusi yang biasa digunakan untuk memodelkan data tersebut adalah distribusi Poisson yang termasuk dalam keluarga distribusi eksponensial. Variabel acak diskrit

Y dikatakan berdistribusi Poisson jika mempunyai fungsi masa peluang sebagai berikut :

$$f(y;\theta) = \frac{\theta^y e^{-\theta}}{y!}\ ; y = 0,1,2, \dots\ \theta > 0 \qquad (1)$$

di mana θ merupakan parameter distribusi yang menyatakan rata-rata banyaknya kejadian per satuan waktu dan *y* adalah banyaknya kejadian per satuan waktu. Distribusi Poisson mempunyai rata-rata sama dengan variansya $\mathrm{E}(Y) = \mathrm{Var}(Y) = \theta$.

Menurut McCullagh dan Nelder (1989) model regresi Poisson terbentuk dari konsep Generalized Linear Model (GLM) yaitu:

1. Komponen acak: komponen Y yang saling bebas dan berdistribusi Poisson dengan $E(Y) = \theta_i$ dan $Var(Y) = \theta_i$;
2. Komponen Sistematik: kovariat $x_1, x_2, \dots, x_p$ menghasilkan sebuah prediktor yang linier $\eta_i = x_{1i} + \beta_2 x_{1i} + \cdots + \beta_p x_{pi}$
3. Fungsi penghubung Penghubung antara komponen acak dengan komponen sistematik dapat dituliskan $g(\theta_i) = \eta_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{1i} + \cdots + \beta_p x_{pi}$.

Beberapa fungsi penghubung dari distribusi Poisson yang dapat digunakan diantaranya log, akar atau identitas (identity). Yang paling sering digunakan adalah fungsi penghubung log yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$log(\theta_i) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{1i} + \cdots + \beta_p x_{pi}$$

atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \theta_i &= exp\left(\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{1i} + \cdots + \beta_p x_{pi}\right) \\ \theta_i &= exp\left(X_i^T \beta\right) \end{aligned} \qquad (2)$$

dimana $x_i = \left(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}\right)^{\mathrm{T}}$ dan $\beta = \left(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p\right)^{\mathrm{T}}$.

Untuk menduga parameter regresi Poisson digunakan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan memaksimumkan fungsi *likelihood.*

Equidispersi

Salah satu ciri utama distribusi Poisson adalah bahwa rata-rata sama dengan varians-nya $[\,E(Y) = var(Y) = \theta]$ kondisi itu dinamakan *equidispersi.* Namun secara empiris, pada kenyataannya sering sekali ditemukan pada data riil yang menunjukan *overdispersi* di mana kondisi varians yang lebih besar dari rata-rata. Kondisi *overdispersi* harus mendapat perhatian karena dapat menyebabkan estimasi pada nilai *standar error* terlalu kecil sehingga menjadi *underestimate*. Hal itu dapat menyebabkan kesalahan pada penarikan kesimpulan sehingga menjadi tidak valid di mana variabel bebas yang seharusnya tidak signifikan sebenarnya signifikan. Menurut Yang *et al.* (2009) bahwa *overdispersi* pada data amatan dapat dideteksi menggunakan uji skor dengan hipotesis dan statistik uji sebagai berikut :

H_0 = tidak terdapat overdispersi pada model regresi Poisson
H_1 = terdapat overdispersi pada model regresi Poisson

$$S = \left(\sqrt{2\sum_{i=1}^{n} \hat{\theta}_i^2}\right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\left(y_i - \hat{\theta}_i\right)^2 - y_i\right) \qquad (3)$$

di mana y_i adalah nilai amatan ke-*i* dari variabel respon dan $\hat{\theta}_i$ = nilai dugaan variabel respon pada amatan ke-*i*. Tolak H_0 jika nilai $|S| > Z_{(1-\alpha)}$, dimana dalam hal ini $Z_{(1-\alpha)}$ diperoleh dati tebel normal baku.

Distribusi *Conway-Maxwell-Poisson*

Distribusi *Conway-Maxwell-Poisson* (COM-Poisson) merupakan pengembangan Distribusi Poisson yang diperkenalkan oleh Conway dan Maxwell. Distribusi COM-Poisson merupakan generalisasi dua parameter dari distribusi Poisson yang memasukan parameter dispersi didalamnya. Kemudian Shmueli *et al.* (2005) menyatakan bahwa peubah acak Y yang berdistribusi COM-Poisson dengan parameter $\theta > 0$ dan $\nu > 0$ mempunyai fungsi massa peluang sebagai berikut :

$$P(Y = y) = \frac{\theta^{\,y}}{(y!)^{\nu} Z(\theta\,,\nu)}\,; y = 0,1,2,\ldots \tag{4}$$

di mana θ adalah parameter lokasi yang sama dengan parameter distribusi Poisson, ν adalah parameter dispersi dan $Z(\theta,\nu) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\theta^{\,j}}{(j!)^{\nu}}$ merupakan konstanta normalisasi.

Kemudian shmueli *et al.* (2005) memberikan aproksimasi fungsi $Z(\theta;\nu)$ yang didekati pada persamaan (5)

$$Z(\theta,\nu) = \frac{e^{\nu\theta^{\frac{1}{\nu}}}}{\lambda^{\frac{\nu-1}{2\nu}}\,(2\pi)^{(\nu-1)/2}\sqrt{\nu}} \tag{5}$$

Hasil aproksimasi pada mulanya diturunkan untuk ν yang berupa bilangan bulat, namun studi numerik menyatakan hasil pendekatan juga terpenuhi untuk semua riil $\nu > 0$. Secara khusus, persamaan (4) akurat untuk $\nu \le 1$ atau $\theta > 10^{\nu}$.

Jika dikembalikan kedalam bentuk semula akan medapatkan fungsi masa peluangnya adalah sebagai berikut

$$f(Y;\theta,\nu) = \frac{\theta^{\,y+\frac{\nu-1}{2\nu}}(2\pi)^{(\nu-1)/2}\sqrt{\nu}}{(y!)^{\nu}\,e^{\nu\theta^{\frac{1}{\nu}}}} \tag{6}$$

dengan

$$E(X) = \theta^{\frac{1}{\nu}} - \frac{\nu-1}{2\nu} \tag{7}$$

dan

$$Var\,(X) = \frac{1}{\nu}\theta^{\frac{1}{\nu}} \tag{8}$$

Regresi *Conway-Maxwell-Poisson*

Model regresi *Conway-Maxwell-Poisson* merupakan pengembangan dari distribusi Poisson ketika asumsi equidispersi tidak dipenuhi pada regresi Poisson. Menurut (Seller dan Shmueli, 2010) model hubungan antara variabel respon dengan variabel bebas pada regresi COM-Poisson dengan parameter (θ, ν) di reparametrisasi dengan mengaitkan parameter masing-masing langsung ke dengan komponen sistematik $\eta_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{1i} + \cdots + \beta_p x_{pi}$. Fungsi penghubungnya sama seperti Poisson yaitu $log\;\theta_i = X_i^T\beta$ atau $\theta_i = exp\;(X_i^T\beta)$ dan diasumsikan ν konstan dan bukan fungsi dari suatu kovariat.

Estimasi parameter regresi *Conway-Maxwell-Poisson* (COM-Poisson) dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang memiliki fungsi massa peluang seperti persamaan (6), bentuk persamaan fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(\beta,y,\nu) = \prod_{i=1}^{n} f(\beta,y,\nu) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\theta^{y}\theta^{\frac{\nu-1}{2\nu}}(2\pi)^{(\nu-1)/2}\sqrt{\nu}}{(y!)^{\nu}\,e^{\nu\theta^{\frac{1}{\nu}}}}$$

dan *log-likelihood* nya adalah

$$\ell(\beta) = ln\big(L(\beta,y,\nu)\big) = \sum_{i\,=1}^{n} ln\big(f(\beta,y,\nu)\big) = \sum_{i\,=1}^{n} ln\left(\frac{\theta^{y}\theta^{\frac{\nu-1}{2\nu}}(2\pi)^{(\nu-1)/2}\sqrt{\nu}}{(y!)^{\nu}\,e^{\nu\theta^{\frac{1}{\nu}}}}\right)$$

$$\ell(\beta) = \sum_{i=1}^{n} y_i ln(\theta) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\nu - 1}{2\nu} ln(\theta) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\nu - 1}{2} ln(2\pi) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} ln(\nu) - \sum_{i=1}^{n} \nu ln(y!) - \sum_{i=1}^{n} \nu \theta^{\frac{1}{\nu}} \quad (9)$$

Diketahui bahwa $\theta_i = exp\ (X_i^T \beta)$ sedangkan untuk menjamin $\nu > 0$ dapat dipenuhi dengan memisalkan $\delta = log\ (\nu)$ maka $\nu = exp\ (\delta)$ dengan $-\infty < \delta < \infty$, maka dari itu dapat disubtitusikan kedalam *log-likelihood* sebagai berikut

$$\ell(\beta) = \sum_{i=1}^{n} y_i X_i^T \beta + \sum_{i=1}^{n} \frac{exp\ (\delta) - 1}{2\ exp\ (\delta)} X_i^T \beta + \sum_{i=1}^{n} \frac{exp\ (\delta) - 1}{2} ln(2\pi) - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \delta - \sum_{i=1}^{n} \delta\ ln(y!) - \sum_{i=1}^{n} exp\ (\delta)\ (exp(X_i^T \beta))^{\frac{1}{exp\ (\delta)}} \quad (10)$$

Nilai $\hat{\beta}$ dan $\hat{\delta}$ diperoleh sebagai solusi dari $\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta}$ = 0 dan $\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \nu}$ = 0. Karena solusi untuk β dan δ tidak diperoleh dalam bentuk tertutup, sehingga diperlukan metode numerik, dalam hal ini kami menggunakan metode Newton Raphson dengan solusi secara iteratif diperoleh melalui

$$\hat{\beta}_{(t+1)} = \hat{\beta}_{(t)} - H^{-1} U, \quad (11)$$

di mana U = $\frac{\partial \ell(\beta)}{\partial \beta}$ dan H= $\frac{\partial^2 \ell(\beta)}{\partial \beta \beta^T}$ adalah matriks Hessian.

Pengujian Signifikansi Parameter Secara Parsial

Pengujian parameter secara parsial digunakan untuk melihat pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon secara individu (Parsial). Statistik uji yang digunakan adalah uji Wald dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$ (variabel ke-j tidak berpengaruh signifikan)

$H_1 : \beta_j \neq 0$ (variabel ke-j berpengaruh signifikan)

dengan statistik uji

$$Z_{hitung} = \frac{\beta_j}{SE(\beta_j)} \quad (12)$$

di mana:

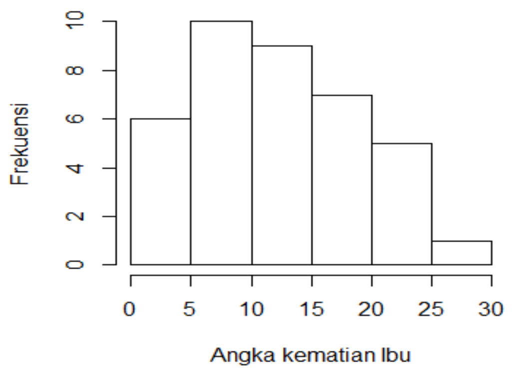
β_j = penduga koefisien regresi bagi variabel bebas ke-j

$SE(\beta_j) = \sqrt{Var\ \beta_j}$, di mana $Var\ \beta_j$ diperoleh elemen diagonal ke $[j+1]$ dari matriks $I^{-1}(\beta_j)$ dengan $\mathbf{I}(\beta_j) = -E[H(\beta_j)]$. Kriteria ujinya tolak H0 dan terima H1 jika nilai $Z_{hitung} < Z(\alpha/2)$ atau $Z_{hitung} > Z(1-\alpha/2)$. Karena distribusi Z simetris, maka kita bisa menggunakan aturan: tolak H_0 dan terima H_0 jika $|Z_{hitung}| > Z(1-\alpha/2)$. Selain itu jika menggunakan P-value tolak H0 jika nilai P-value < α.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Eksplorasi Data

Pada bagian ini akan dilakukan eksplorasi data variabel Angka Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2020 dengan melihat histogram sebagai berikut:



Gambar 1. Histogram Angka Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2020

Berdasarkan Gambar 1. penyebaran angka kematian ibu cenderung menjulur kekanan. Sebaran yang menjulur ini mengindikasikan bahwa terdapat Kabupaten/Kota memiliki angka kasus kejadian lebih tinggi dibanding dengan kabupaten/kota lainnya. Selain itu berdasarkan histogram diatas menunjukan bahwa bentuknya merupakan *skewness* positif dimana varians nya lebih besar daripada rata-rata nya.

Kemudian berdasarkan statistika deskriptif yang ditampilkan pada Tabel 1. dan diperoleh informasi sebagai berikut :

Tabel 1. Statistik Deskriptif

Statistik Deskriptif	**Nilai**
Minimum	1
Rata-rata	13,5
Maksimum	28
Varians	50,6

Pada Tabel 1. dapat dijelaskan bahwa angka kematian ibu di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2020 berkisar pada 13,45 dengan dengan varians-nya yang jauh lebih besar dari rata-ratanya yaitu 50,63. Hal ini dapat mengidikasikan bahwa terdapat *overdispersi* karena nilai dari varians pada variabel respon lebih besar dari rata-ratanya.

Pemodelan Regresi Poisson

Pemodelan data diawali dengan memodelkan data menggunakan regresi Poisson. Model regresi Poisson yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$\theta = exp(-0{,}00324305\, x_1 + 0{,}0297749 x_2 - 0{,}0274258 x_3 + 0{,}0001678 x_4 + 0{,}0021586 x_5 + 0{,}0244183 x_6)$$

Tabel 1. sebelumnya mengindikasikan bahwa asumsi equidispersi tidak terpenuhi secara eksploratif karena varians pada variabel respon lebih besar dari rataannya. Identifikasi *overdispersi* selanjutnya dilakukan dengan menggunakan uji skor dengan taraf signifikansi 5%.

$$S = \left(\sqrt{2 \times 7584{,}869}\right)^{-1} \ (-407{,}391)$$

$$S = \left(\sqrt{15169{,}74}\right)^{-1} (-407{,}391)$$

$$S = 0{,}008119157 \ (-407{,}391)$$

$$S = -3{,}307671$$

$Z_{(0,975)}$ = 1,96. Karena, $|-3{,}307671| > Z_{(0,975)}$ = 1,96 sehingga H0 ditolak sehingga dapat ditarik kesimpulan terdapat *overdispersi* pada model regresi Poisson.

Pemodelan Regresi *Conway-Maxwell-Poisson*

Pada pengujian model regresi Poisson sebelumnya diperoleh bahwa ada masalah *overdispersi* sehingga dilakukan alternatif pemodelan regresi dengan menggunakan regresi *Conway-Maxwell-Poisson* (COM Poisson) dan didapatkan modelnya sebagai berikut:

$$\theta = exp(-0.0327597\,x_1 + 0.0273463x_2 - 0.0254072x_3 + 0.0001796x_4 + 0.0021870x_5 + 0.0249129x_6)$$

dan paramerer dispersi $\nu = exp(-1.0499)$ = 0,34997

Untuk mengetahui variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur maka diuji secara parsial untuk mengetahui variabel yang berpengaruh terhadap jumlah angka kematian bayi dengan digunakan uji wald menggunakan persamaan (2.49) pada taraf signifikasi 5% yang disajikan pada tabel 3

Tabel 3. Perhitungan Secara Parsial

Variabel	Koefisien	Standard Error	Z_{hitung}	p-value
X1	-0.0327597	0.0106397	-3.079	0.00208 **
X2	0.0273463	0.0112185	2.438	0.01478 *
X3	-0.0254072	0.0176178	-1.442	0.14927
X4	0.0001796	0.0008720	0,14305556	0.83680
X5	0.0021870	0.0045476	0,33402778	0.63058
X6	0.0249129	0.0158110	1.576	0.11510

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh nilai *p-value* untuk variabel X3, X4, X5, X6 lebih dari dari 0,05 dan nilai *p-value* untuk variabel X1, X2 kurang dari 0,05 sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa ada empat variabel yaitu X3 (Persalinan ditolong Tenaga Kesehatan), X4 (pemberian Tablet Tambah darah pada Ibu Hamil), X5 (Ibu hamil yang diberikan Imunisasi Td2+ pada ibu hamil) dan X6 (Persentase Penduduk Miskin) yang tidak signifikan karena nilai *p-value* > 0,05. Sedangkan yang berpengaruh signifikan hanya variabel X1 (Kunjungan K4 Ibu Hamil) dan X2 (Posyandu Aktif).

Intrepretasi Model

Kemudian setelah dilakukan pengujian secara parsial diperoleh bahwa hanya X1 Kunjungan K4 Ibu Hamil (X1) dan Posyandu Aktif (X2) yang berpengaruh pada Angka Kematian Ibu Di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2020 maka hanya variabel tersebut yang akan diinterpretasikan:

β_1 = - 0.00327597 maka $\exp(-0.00327597)$ = 0.97 artinya jika X1 naik 1 satuan, maka Y akan naik (0.97 – 1)× 100% = - 3% atau turun 3% dari kondisi sebelumnya. Dengan kata lain, jika persentase ibu hamil yang memeriksakan kesehatannya K4 naik 1% maka akan ada penurunan 3% angka kematian ibu per 100.000 kelahiran hidup.

β_2 = 0,0273463 maka $\exp(-0{,}0273463\,)$ = 1.03 artinya jika X2 naik 1 satuan, maka Y akan naik (1.03 – 1)× 100% = 3% dari kondisi sebelumnya. Dengan kata lain, jika persentase pelayanan kesehatan terutama di posyandu naik 1% maka akan ada kenaikan 3% angka kematian ibu per 100.000 kelahiran hidup. Hal ini kontradiksi dengan yang diharapkan dimana seharusnya ketika pelayanan posyandu yang optimal dapat menurunkan jumlah kejadian kematian ibu. Ketidaksesuaian interpretasi model ini kemungkinan terjadi karena masalah keterbatasan data yang tersedia. Dugaan parameter dispersinya adalah $\nu = exp(-1.0499)$ = 0,34997 menunjukan bahwa variansi jumlah kematian ibu di provinsi jawa timur pada regresi *Conway-Maxwell-Poisson* lebih tinggi 0,34997 dibanding dengan model Poisson standar.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Terdapat Terdapat *overdispersi* pada variabel respon dimana nilai uji skornya sebesar $-3{,}307671$. Kemudian diperoleh model regresi *Conway Maxwell Poisson* sebagai

berikut :

$$\theta = exp(-0.0327597\,x_1 + 0.0273463x_2 - 0.0254072x_3 + 0.0001796x_4 + 0.0021870x_5 + 0.0249129x_6)$$

dan untuk parameter dispersinya didapatkan ν = 0,34997.

2. Dua variabel bebas yang berpengaruh terhadap angka kematian ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2020 yaitu, ibu hamil yang mendapatkan pemeriksaan minimal 4 kali (K4) atau pemeriksaan akhir masa kehamilan (X1) dan ibu hamil yang menerima pelayanan kesehatan terutama di posyandu (X2). Dimana jika persentase ibu hamil yang memeriksakan kesehataan K4 naik 1% maka akan ada penurunan 3% angka kematian ibu per 100.000 kelahiran hidup dan jika persentase pelayanan kesehatan terutama di posyandu naik 1% maka akan ada kenaikan 3% angka kematian ibu per 100.000 kelahiran hidup.

Acknowledge

Artikel ini merupakan bagian dari tugas akhir (skripsi) penulis pertama di bawah bimbingan penulis kedua

Daftar Pustaka

[1] Dinas Kesehatan Jawa Timur. (2021). Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur Tahun 2020. Surabaya: Dinkes.

[2] Hilbe, J. M. (2011). *Negative binomial regression*. Cambridge University Press.

[3] McCullagh, P., & Nelder, J. A. (1989). *Generalized linear models*. Chapman and Hall. *London, UK.*

[4] Nelder, J. A., & Wedderburn, R. W. (1972). Generalized linear models. *Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society*, *135*(3), 370-384.

[5] Sellers, K. F., & Premeaux, B. (2020). *Conway–Maxwell–Poisson regression models for dispersed count data*. In Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics (Vol. 13, Issue 6). John Wiley and Sons Inc. https://doi.org/10.1002/wics.1533.

[6] Sellers, K. F., & Shmueli, G. (2010). *A flexible regression model for count data*. The Annals of Applied Statistics, 943-961.

[7] Shmueli, G., Minka, T. P., Kadane, J. B., Borle, S., & Boatwright, P. (2005). *A useful distribution for fitting discrete data: revival of the Conway-Maxwell-Poisson distribution*. In *Appl. Statist* (Vol. 54). http://www.blackwellpublishing.com/rss

[8] Suliadi. (2023). Parameter Estimation. Makalah dipresentasikan dalam General Lecture, Program studi Statistika FMIPA Universitas Islam Bandung, Bandung, Bandung.

[9] World Health Organization. (2015). International statistical classification of diseases and related health problems, 10th revision, Fifth edition, Brussel. World Health Organization.

[10] Yang, Z., Hardin, J. W., & Addy, C. L. (2009). *A score test for overdispersion in Poisson regression based on the generalized Poisson-2 model.* Journal of Statistical Planning and Inference, *139*(4), 1514–1521. https://doi.org/10.1016/j.jspi.2008.08.018

[11] Muhammad Rizq Nafisyah Alam, & Aceng Komarudin Mutaqin. (2023). Pemodelan Distribusi Poisson-Sujatha pada Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia. *Jurnal Riset Statistika*, 71–78. https://doi.org/10.29313/jrs.v3i1.1944