Pemodelan Distribusi *Poisson-Amarendra* pada Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia

Yusuf Fahrizal*, Aceng Komarudin Mutaqin

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*fahrizalzikri10@gmail.com, aceng.k.mutaqin@gmail.com

Abstract. Insurance is an agreement between two or more parties where the insurer promises to the insured by receiving a premium to compensate the insured against loss, damage or loss of profits. Vehicle insurance itself is a type of insurance that provides benefits in the form of compensation or damage to motorized vehicles. The mixed Poisson distribution is often used as an alternative method for modeling claim frequency data when overdispersion occurs. The Poisson-Amarendra distribution was introduced by Shanker in 2016 as one of the mixed Poisson distributions. The Poisson-Amarendra distribution (PAD) has been matched using maximum likelihood estimation for a given data set to test its goodness against the Poisson distribution (PD), the Poisson-Lindley distribution (PLD)) and the Poisson-Sujatha distribution (PSD). It was found that the Poisson-Amarendra (PAD) distribution provides a better fit than the PD, PLD and PSD for the 1967 thunderstorm X event data at Cape Kennedy, Florida written by Shaker (2016). The Poisson-Amarendra distribution is rarely used to model data sets when the data is over-dispersive. The Poisson-Amarendra distribution (PAD) is suitable for modeling data on the frequency of motor vehicle insurance claims in Indonesia in 2013. It is known that based on calculations with the Chi-square test that has been carried out the null hypothesis is accepted (H_0 is accepted) and it can be concluded that the data on the frequency of motor vehicle insurance claims at PT. X category 3 34 regions in 2013 came from populations with PAD distribution.

Keywords: *Motor Vehicle Insurance, Poisson-Amarendra Distribution, Maximum Likelihood Estimator, Chi-Square Test.*

Abstrak. Asuransi adalah suatu perjanjian antara dua pihak atau lebih dimana penanggung berjanji kepada tertanggung dengan menerima premi untuk mengganti kerugian tertanggung terhadap kerugian, kerusakan, atau kehilangan keuntungan. Asuransi kendaraan itu sendiri adalah jenis asuransi yang memberikan manfaat berupa pemberian ganti rugi atau kerusakan pada kendaraan bermotor. Distribusi campuran Poisson sering digunakan sebagai metode alternatif untuk pemodelan data frekuensi klaim ketika terjadi overdispersi. Distribusi Poisson-Amarendra diperkenalkan oleh Shanker pada tahun 2016 sebagai salah satu distribusi campuran Poisson.Distribusi Poisson-Amarendra (PAD) telah dicocokan menggunakan estimasi kemungkinan maksimum untuk set data tertentu untuk menguji kebaikannya terhadap ditribusi Poisson (PD), distribusi Poisson-Lindley(PLD) dan distribusi Poisson-Sujatha (PSD). Ditemukan bahwa distribusi Poisson-Amarendra (PAD) memberikan kecocokan yang lebih baik daripada PD, PLD dan PSD untuk data peristiwa badai petir X di Cape Kennedy, Florida tahun 1967 yang ditulis oleh Shaker (2016). Distribusi Poisson-Amarendra masih jarang digunakan untuk memodelkan set data ketika data tersebut mengalami overdispersi. Distribusi Poisson-Amarendra (PAD) cocok untuk memodelkan data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia pada tahun 2013. Diketahui berdasarkan perhitungan dengan uji Chi-kuadrat yang telah dilakukan hipotesis nol diterima (H_0 diterima) dan dapat disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 berasal dari populasi yang berdistribusi PAD.

Kata Kunci: *Asuransi Kendaraan Bermotor, Distribusi Poisson-Amarendra, Penaksir Kemungkinan Maksimum, Uji Chi-Kuadrat.*

Corresponding Author
Email: aceng.k.mutaqin@gmail.com

A. Pendahuluan

Berdasarkan Undang-Undang Nomor 2 tahun 1992 tentang perasuransian atau pertanggungan merupakan suatu kesepakatan dua atau lebih pihak yaitu penanggung (perusahaan asuransi) membuat perjanjian kepada yang tertanggung (pemilik atau nasabah dari asuransi) dimana pihak yang tertanggung membayarkan iuran/kontibusi/premi yang bertujuan untuk mendapat penggantian atas resiko kerugian, kehilangan atau kerusakan yang bias saja terjadi akibat peristiwa atau hal diluar dugaan. Sedangkan menurut (Nur Rianto, 2012:212) asuransi merupakan sebuah sistem perlindungan yang dilakukan kepada pihak tertanggung jika mengalami suatu resiko dimasa depan yang mana pihak tertanggung perlu membayar iuran/kontribusi/premi untuk memperoleh ganti rugi yang bersumber dari pihak penanggung. Adanya asuransi ini diharapkan dapat memberikan ketenangan kepada seseorang yang merasa adanya bahaya atau hal yang tidak diduga bagi dirinya ataupun hartanya. Asuransi juga diharapkan dapat mengurangi rasa khawatir seseorang terhadap dirinya, keluarga, serta hartanya.

Menurut konsep asuransi atau pertanggungan, kendaraan bermotor sendiri merupakan kendaraan dengan kendali gerak yang dilakukan motor/mekanisme yang lain. Kendaraan bermotor juga merupakan kendaraan yang dominan bergerak di permukaan tanah dengan kata lain kereta tidak termasuk kendaraan bermotor karena kereta adalah kendaraan yang bergerak di atas rel (Prihantoro, 2000).

Berdasarkan Firman Allah SWT dalam Al-Qur'an Surat Yusuf ayat 43-49 yang Artinya "Sesungguhnya aku bermimpi melihat tujuh ekor sapi betina yang gemuk-gemuk dimakan oleh tujuh ekor sapi betina yang kurus-kurus dan tujuh bulir (gandum) yang hijau dan tujuh bulir lainnya yang kering". Hai orang-orang yang terkemuka: "Terangkanlah kepadaku tentang ta'bir mimpiku itu jika kamu dapat mena'birkan mimpi" melalui surat ini diungkapkan secara jelas praktek asuransi melalui kisah mimpi yang ditafsirkan oleh nabi Yusuf a.s yaitu bekerja keras (bercocok tanam) pada masa subur, kemudian menyisihkan sebahagian untuk masa sulit di tujuh tahun ke depan.

Menurut sumber kepolisian, kecelakaan yang terjadi di lalu lintas dapat dijuluki "mesin pembunuh nomor satu" yang hampir selalu terjadi di setiap kota yang ada di Indonesia "tidak ada hari tanpa kecelakaan". Hal ini disebabkan oleh populasi pada kendaraan ber-motor yang terus meningkat setiap harinya. Maka dari itu, jika mengendarai kendaraan ber-motor tanpa dilengkapi dengan asuransi merupakan hal yang berpotensi menimbulkan banyak risiko. Kesadaran masyarakat akan adanya sebuah risiko buruk yang bisa saja menimpa kapan saja merupakan salah satu dari banyaknya penyebab meningkatnya angka pengguna perasuransian. Salah satu layanan asuransi yang banyak digunakan adalah asuransi untuk kendaraan ber-motor. Menurut Sumber Otoritas Jasa Keuangan (OJK), Asuransi atau pertanggungan kendaraan ber-motor merupakan asuransi dengan manfaat adanya ganti rugi yang diberikan atas kerusakan yang ada disebabkan oleh kecelakaan jalanan, tindakan kejahatan, pencurian, kebakaran dll.

Berdasarkan penjelasan latar belakang diatas, masalah yang dapat diidentifikasi dalam yaitu "bagaimana cara menerapkan distribusi Poisson-Amarendra (PAD) dalam memodelkan data frekuensi klaim asuransi kendaraan ber-motor di Indonesia tahun 2013??". Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini menerapkan distribusi Poisson-Amarendra untuk memodelkan data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia tahun 2013.

B. Metodologi Penelitian

Distribusi Poisson

Distribusi Poisson digunakan untuk menentukan peluang suatu kejadian dalam waktu dan tempat tertentu yang diharapkan bahwa kejadiannya sangat jarang (Sudjana, 2005). Peubah acak diskrit X dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter $\lambda > 0$ apabila fungsi massa peluangnya sebagai berikut:

$$P(X = x|\lambda) = p_x = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \text{ untuk } x = 0,1,2,... \quad (1)$$

Dengan nilai rata-rata dan varians masing-masing:

$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x\, f_x$

$E(X) = \lambda$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$V(X) = \lambda$

Misalkan X_1, X_2, ... , X_n adalah suatu sampel acak berukuran *n* dari distribusi Poisson dengan parameter λ, dengan nilai dari sampel acak tersebut adalah x_1 , x_2 , ... , x_n. Berdasarkan Persamaan (1) dapat dirumuskan taksiran parameter dari distribusi Poisson menggunakan metode kemungkinan maksimum. Fungsi log-*likelihood* untuk distribusi Poisson adalah:

$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} P(X = x|\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$

$l(\lambda) = \ln L(\lambda)$

$$l(\lambda) = -n\lambda + \sum_{i=1}^{n} x_i \, ln\,(\lambda) \; - \sum_{i=1}^{n} x_i \, ln\,(x_i!)\,. \tag{2}$$

Berdasarkan Persamaan (2.2) didapat bahwa penaksiran kemungkinan maksimum untuk parameter λ dari distribusi Poisson adalah rata-rata sampelnya:

$$\hat{\lambda} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3}$$

Distribusi Poisson-Amaraendra (PAD)

Distribusi Poisson-Amarendra merupakan distribusi campuran dari distribusi Poisson yang memiliki fungsi massa peluang pada Persamaan (1), dimana parameter λ berdistribusi Amarendra dengan parameter θ > 0 dan fungsi densitas peluang sebagai berikut.

$$f(\lambda;\theta) = \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}(1 + \lambda + \lambda^2 + \lambda^3)e^{-\theta\lambda}, \lambda > 0, \theta > 0 \tag{3}$$

Fungsi massa peluang dari distribusi Poisson-Amarendra dapat dibentuk sebagai berikut.

$$P(X = x) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} . \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}(1 + \lambda + \lambda^2 + \lambda^3)e^{-\theta\lambda} d\lambda$$

$$= \frac{\theta^4}{(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)x!}\int_0^{\infty} \lambda^x(1 + \lambda + \lambda^2 + \lambda^3)e^{-(\theta+1)\lambda} d\lambda$$

$$P(X = x) = \left(\frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}\right) \left(\frac{x^3 + (\theta + 7)x^2 + (\theta^2 + 5\theta + 15)x + (\theta^3 + 4\theta^2 + 7\theta + 10)}{(\theta + 1)^{x+4}}\right) \tag{4}$$

Dengan demikian fungsi massa peluangnya adalah (Shanker, 2016):

$$P(X = x) = \left(\frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}\right) \left(\frac{x^3 + (\theta + 7)x^2 + (\theta^2 + 5\theta + 15)x + (\theta^3 + 4\theta^2 + 7\theta + 10)}{(\theta + 1)^{x+4}}\right) \tag{5}$$

$; x = 0,1,2, \dots, \theta > 0$

Rumus umum untuk momen dari distribusi Poisson-Amarendra sebagai berikut.

$$\mu_r' = E[E(X^r|\lambda)]$$

$$= \frac{\theta^4}{(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)}\int_0^{\infty} \left[\sum_{x=0}^{\infty} x^r \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}\right](1 + \lambda + \lambda^2 + \lambda^3)e^{-\theta\lambda} d\lambda \tag{6}$$

Berdasarkan rumus umum untuk momen distribusi Poisson-Amarendra diatas maka momen ke-1 dan ke-2 dari PAD masing-masing adalah

$$\acute{\mu_1} = E(X^1) = \frac{\theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}{\theta(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)} \tag{7}$$

$$\acute{\mu_2} = E(X^2) = \frac{\theta^4 + 4\theta^3 + 12\theta^2 + 48\theta + 120}{\theta^2(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)} \tag{8}$$

Berdasarkan momen ke-1 dan ke-2 diatas maka didapat rumus varians sebagai berikut.

$$V(X) = E(X^2) - E[(X)]^2$$

$$V(X) = \frac{\theta^4 + 4\theta^3 + 12\theta^2 + 48\theta + 120}{\theta^2(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)} - \left[\frac{\theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}{\theta(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)}\right]^2$$

$$V(X) = \frac{\theta^7 + 4\theta^6 + 14\theta^5 + 58\theta^4 + 144\theta^3 + 156\theta^2 + 240\theta + 144}{\theta^2(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)^2} \tag{9}$$

Penaksiran Parameter PAD

Parameter yang diduga pada PAD adalah θ. Dalam bagian ini parameter tersebut akan ditaksir menggunakan metode kemungkinan maksimum. Misalkan X_1, X_2, …, X_n adalah suatu sampel acak berukuran *n* dari distribusi PAD dengan parameter θ, dengan nilai dari sampel acak tersebut x_1, x_2, …, x_n. Berdasarkan Persamaan (2.3) dapat dirumuskan taksiran parameter dari distribusi PAD menggunakan metode kemungkinan maksimum. Fungsi likelihood dari Persamaan (2.12) sebagai berikut.

$$L = \prod_{x=1}^{n} \{P(X = x)\}$$

$$= \prod_{x=1}^{n} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}. \\ \frac{x_i^3 + (\theta + 7)x_i^2 + (\theta^2 + 5\theta + 15)x_i + (\theta^3 + 4\theta^2 + 7\theta + 10)}{(\theta + 1)^{x_i + 4}} \end{array} \right\} \tag{10}$$

Adapun rumus log-likelihoodnya adalah

$$l(\theta) = lnL(\theta)$$

$$= \sum_{x=1}^{n} ln \left\{ \begin{array}{c} 4\, ln\theta - \ln\, ln(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6) + \ln\,[x_i^3 + (\theta + 7)x_i^2 + (\theta^2 + 5\theta + 15)x_i \\ +(\theta^3 + 4\theta^2 + 7\theta + 10)] - (x_i + 4)\ln\,(\theta - 1) \end{array} \right\}$$

$$= 4n\, ln\theta - n\, ln(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)$$

$$+ \sum_{i=n}^{n} \frac{x_i^2 + 2\theta x_i + 5x_i + 3\theta^2 + 8\theta + 7}{x_i^3 + (\theta + 7)x_i^2 + (\theta^2 + 5\theta + 15)x_i + (\theta^3 + 4\theta^2 + 7\theta + 10)} - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x + 4)}{\theta - 1} \tag{11}$$

Turunan pertama dari fungsi log-likelihoodnya terhadap parameter θ lalu disamakan dengan nol adalah

$$\frac{dl}{d\theta} = \frac{4n}{\theta} - n\frac{(3\theta^2 + 2\theta + 2)}{(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)}$$

$$+ \sum_{i=n}^{n} \frac{x_i^2 + 2\theta x_i + 5x_i + 3\theta^2 + 8\theta + 7}{x_i^3 + (\theta + 7)x_i^2 + (\theta^2 + 5\theta + 15)x_i + (\theta^3 + 4\theta^2 + 7\theta + 10)} - \frac{\sum_{i=1}^{n}(x + 4)}{\theta - 1} \tag{12}$$

Dari perhitungan di atas, tidak dapat menghasilkan solusi untuk θ secara eksplisit. Oleh karena itu untuk menghitung taksiran kemungkinan maksimum dari parameter PSD digunakan metode numerik seperti metode Newton-Raphson. S*oftware* R. Studio 4.03 dapat digunakan untuk membantu menaksir parameter distribusi PSD. Untuk menghitung taksiran parameter distribusi PSD, diperlukan menghitung nilai awal θ. Nilai awal θ akan didasarkan pada perhitungan taksiran parameter θ menggunakan metode momen, yaitu

$$E(X) = \frac{\theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}{\theta(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6)} = \bar{x}$$

$$\bar{x}\theta^4 + (\bar{x} - 1)\theta^3 + 2(\bar{x} - 1)\theta^2 + 6(\bar{x} - 1)\theta - 24 = 0 \quad (13)$$

Persamaan di atas dapat diselesaikan menggunakan persamaan kubik menggunakan *software* Geogebra.

Uji Kecocokan Chi-Kuadrat

Uji kecocokan distribusi adalah suatu pengujian hipotesis statistik yang digunakan untuk mengetahui apakah $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah nilai dari sampel acak $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang berdistribusi $F(.)$. Uji kecocokan distribusi dapat digunakan untuk menguji hipotesis berikut:

$H_0 : x_1, x_2, \dots, x_n$. Merupakan nilai dari sampel acak yang berdistribusi dengan fungsi distribusi $F(.)$

$H_1 : x_1, x_2, \dots, x_n$. Merupakan bukan nilai dari sampel acak yang berdistribusi dengan fungsi distribusi $F(.)$

Salah satu uji kecocokan distribusi adalah uji chi-kuadrat. Statistik uji untuk uji chi-kuadrat adalah:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (14)$$

dimana O_i adalah banyaknya observasi pada kategori i, E_i adalah nilai harapan pada kategori i. Untuk nilai E_i dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$E_i = np_x, x = 0,1,2, \dots \quad i = 1,2,3, \dots \quad (15)$$

Nilai kritis dihitung dari distribusi chi-kuadrat dengan derajat bebas $k - p - 1$, dimana k banyaknya kategori dan p banyaknya parameter distribusi. Kriteria pengujiannya adalah tolak hipotesis nol jika statistik uji chi-kuadrat lebih besar dari nilai kuantil dari distribusi chi-kuadrat pada taraf nyata α dan derajat bebas $k - p - 1$ atau $\chi^2 \geq \chi^2_{(k-p-1)\,(1-\alpha)}$.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Bahan Penelitian

Bahan yang digunakan untuk penelitian ini yaitu data sekunder berdasarkan hasil pencatatan yang didapatkan dari PT. X pada tahun 2013. Data sekunder tersebut berisikan informasi terkait frekuensi klaim berdasarkan pemegang polis produk asuransi kendaraan ber-motor pada tahun 2013 di PT. X. Data yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari data pemegang polis asuransi untuk kendaraan ber-motor selama satu periode asuransi (tahun). Sedangkan data yang digunakan untuk keperluan aplikasi yaitu data pemegang polis asuransi untuk kendaraan bermotor pada kategori 2 yang terdapat pada Wilayah 34. Dibawah ini merupakan tabel yang menyajikan data frekuensi klaim pemegang polis untuk asuransi kendaraan ber-motor pada tahun 2013 di PT. X yang dapat dilihat pada Tabel 3.1 sebagai berikut.

Tabel 1. Data Frekuensi Klaim

Frekuensi Klaim	Jumlah Polis
0	103
1	76
2	32
3	24
4	10
Jumlah	245

Sumber: Data Pencatatan PT. X kategori 2 wilayah 34, 2013.

Diketahui berdasarkan tabel diatas bahwa sebanyak 103 pemegang polis yang tidak mengajukan klaim selama satu periode asuransi (tahun). Sebanyak 76 pemegang polis yang mengajukan klaim sekali selama satu periode asuransi (tahun). Hingga sebanyak 10 pemegang polis yang mengajukan klaim sebanyak 4 kali dalam satu periode asuransi (tahun).

Uji Kecocokan Distribusi Poisson-Sujatha (PSD)

Pada bagian ini dilakukan pengujian kecocokan PAD pada data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 menggunakan uji kecocokan Chi-Kuadrat. Hipotesis untuk pengujiannya adalah:

H_0 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor perusahaan PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 berasal dari populasi yang berdistribusi PAD.

H_1 : Data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor perusahaan PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 bukan berasal dari populasi yang berdistribusi PAD.

Untuk melakukan pengujian hipotesis di atas terlebih dahulu perlu diketahui nilai taksiran parameter Distribusi PAD. Metode iterasi Newton-Raphson akan dilakukan untuk mendapatkan taksiran parameter dari distribusi PAD dengan bantuan perangkat lunak RStudio 4.03. Untuk melakukan perhitungan iterasi, dibutuhkan nilai awal taksiran parameter distribusi PAD yang didapat dari solusi Persamaan (2.13). Dalam Persamaan (2.13) diperlukan rata-rata dari data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013. Nilai rata-rata dari data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 adalah

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{252}{245} = 1{,}0286$$

Nilai awal untuk taksiran parameter distribusi PAD adalah nilai θ hasil solusi dari Persamaan berikut:

$$\bar{x}\theta^4 + (\bar{x}-1)\theta^3 + 2(\bar{x}-1)\theta^2 + 6(\bar{x}-1)\theta - 24 = 0$$

$$1{,}0286\,\theta^4 + (-1)\theta^3 + 2(1{,}0286-1)\theta^2 + 6(1{,}0286-1)\theta - 24 = 0$$

Persamaan di atas dapat diselesaikan dengan bantuan *software* Geogebra. Hasilnya diperoleh $\theta = 2{,}18$. Dengan demikian, nilai awal untuk taksiran parameter distribusi PAD adalah $\theta_0 = 2{,}18$. Nilai awal tersebut akan digunakan untuk menaksir parameter distribusi PAD menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. *Software* RStudio 4.03 akan digunakan untuk membantu mendapatkan nilai taksiran parameter distribusi PSD.

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan metode iterasi Newton-Raphson melalui bantuan *software* RStudio 4.03 (disajikan dalam Lampiran 3) didapatkan hasil taksiran parameter distribusi PAD untuk data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 adalah $\hat{\theta} = 2{,}1506$. Nilai taksiran parameter tersebut diperoleh pada saat iterasi ke-3 (disajikan dalam Lampiran 3).

Dengan menggunakan nilai taksiran parameter distribusi PAD yang telah diperoleh yaitu $\hat{\theta} = 2{,}1506$, dapat dihitung nilai taksiran peluang untuk setiap kategori frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor dengan menggunakan Persamaan (2.5). Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 0 ($x = 0$) yang ada dikategori 1 adalah:

$$p_0 = \frac{\theta^4}{\theta^3+\theta^2+2\theta+6}.\left(\frac{0^3+(\theta+7)0^2+(\theta^2+5\theta+15)0+(\theta^3+4\theta^2+7\theta+10)}{(\theta+1)^{0+4}}\right)$$

$$= \frac{2{,}1506^4}{2{,}1506^3+2{,}1506^2+2(2{,}1506)+6}.$$
$$\left(\frac{0^3+(2{,}1506+7)0^2+\left(2{,}1506^2+5(2{,}1506)+15\right)0+\left(2{,}1506^3+4(2{,}1506)^2+7(2{,}1506)+10\right)}{(2{,}1506+1)^{0+4}}\right)$$

$$= 0{,}4670$$

Nilai taksiran peluang untuk frekuensi klaim 1 ($x = 1$) yang ada pada kategori 2 adalah:

$$p_1 = \frac{\theta^4}{\theta^3+\theta^2+2\theta+6}.\left(\frac{1^3+(\theta+7)1^2+(\theta^2+5\theta+15)1+(\theta^3+4\theta^2+7\theta+10)}{(\theta+1)^{1+4}}\right)$$

$$= \frac{2{,}1506^4}{2{,}1506^3+2{,}1506^2+2(2{,}1506)+6}.$$
$$\left(\frac{1^3+(2{,}1506+7)1^2+\left(2{,}1506^2+5(2{,}1506)+15\right)1+\left(2{,}1506^3+4(2{,}1506)^2+7(2{,}1506)+10\right)}{(2{,}1506+1)^{1+4}}\right)$$

$$= 0{,}2605$$

Hasil lengkap dari nilai taksiran peluang untuk setiap kategori frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor disajikan dalam Tabel 4.1 kolom (4), dimana kolom (1) berisikan kategori, kolom (2) berisikan frekuensi klaim, dan kolom (3) berisikan jumlah polis untuk setiap kategori.

Setelah mendapat nilai taksiran peluang frekuensi klaim pada setiap kategori, akan dihitung nilai harapan untuk setiap kategori frekuensi klaim. Nilai harapan untuk frekuensi klaim 0 ($x = 0$) yang ada di kategori 1 adalah:

$$np_0 = 245(0{,}4670)$$
$$= 114{,}4150$$

Nilai harapan untuk frekuensi klaim 1 ($x = 1$) yang ada di kategori 2 adalah:

$$np_1 = 245(0{,}2605)$$
$$= 63{,}8225$$

Hasil lengkap dari nilai harapan untuk setiap kategori frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor tercantum pada Tabel 2 kolom (5).

Tabel 2. Nilai-nilai yang dibutuhkan dalam perhitungan statistik uji.

Kategori (i)	**Frekuensi Klaim (x)**	**Jumlah Polis (O_i)**	**Peluang Frekuensi Klaim (p_x)**	**Nilai Harapan Frekuensi Klaim (E_i)**	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0	103	0,4670	114,4150	1,1389
2	1	76	0,2605	63,8225	2,3235
3	2	32	0,1397	34,2265	0,1448
4	3	24	0,0709	17,3705	2,5302
5	≥4	10	0,0619	15,1655	1,7594
Jumlah		245	1	245	7,8968

Selanjutnya, akan dilakukan perhitungan untuk mendapatkan nilai statistik uji Chi-Kuadrat yang ada pada persamaan (2.14). Kolom (6) pada Tabel 4.1 berisikan nilai-nilai yang dibutuhkan untuk menghitung nilai statistik uji Chi-Kuadrat. Nilai statistik uji Chi-Kuadratnya adalah jumlah dari semua sel pada kolom (6) Tabel 4.1 yaitu 7,8968. Dengan taraf nyata 1%, nilai kuantil distribusi Chi-Kuadrat dengan darajat bebas $3 = (5 - 1 - 1)$ adalah 11,3. Terlihat bahwa nilai statistik ujinya (χ^2) lebih kecil dibandingkan dengan nilai kuantilnya $(\chi^2_{(k-p-1)(1-\alpha)})$ yaitu 7,8968 < 11,3. Dengan demikian hipotesis nol diterima (H_0 diterima) dan dapat disimpulkan bahwa data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013 berasal dari populasi yang berdistribusi PAD.

D. Kesimpulan

Berdasarkan penerapan distribusi Poisson-Amarendra (PAD) pada data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013, dapat disimpulkan bahwa distribusi Poisson-Amarendra (PAD) cocok untuk memodelkan data frekuensi klaim asuransi kendaraan bermotor di PT. X kategori 3 wilayah 34 pada tahun 2013.

Acknowledge

Penelitian ini dapat terlaksana serta selesai berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada Allah SWT, kedua orang tua yang selalu memberikan dukungan, Bapak Dr. Aceng Komarudin Mutaqin, S.Si., M.T., M.Si. yang telah memberikan masukan kepada penulis, bapak/ibu dosen Statistika Unisba yang telah membagikan ilmu pengetahuannya, pasangan yang selalu menemani, menyemangati,

mendoakan, mengkritik serta memberi saran dan teman-teman yang selalu memberikan bantuan kepada penulis hingga dapat menyelesaikan perkuliahan ini.

Daftar Pustaka

[1] Ali, AM, H., (2009). *Asuransi dalam Perspektif Islam*. Jakarta. Jurnal Hukum dan Ekonomi Islam.

[2] Kalangi, B. (2015). *Suatu Kajian Tentang Asuransi Kendaraan Bermotor Dalam Perspektif Hukum Perasuransian di Indonesia*. (Vol. 3, No. 2). Universitas Sam Ratulangi Manado.

[3] Kania, Dwi Sekar, Mutaqin, Aceng Komarudin (2022). *Perhitungan Premi Risiko Asuransi Kendaraan Bermotor Berdasarkan Data Frekuensi dan Besar Klaim*. Jurnal Riset Statistika 2(2). 111-118.

[4] M. Ahajeeth, Maryam Mohiuddin, dan R. Kannan (2021). *Distribusi Amarendra Bias Area dengan Aplikasinya untuk Model Lifetime Data*. Jurnal Internasional Statistik dan Rekayasa Keandalan

[5] Nazmi, N., & Mutaqin, A., K., (2019). *Pemodelan Distribudi Binomial Negatif PoissonLindley Diboboti Pada Data Frekuensi Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia*. Bandung. Skripsi S1 Program Studi Statistika, Universitas Islam Bandung.

[6] Nofridawati, N. (2012). *Premi Asuransi Jiwa pada Akhir Tahun Keamtian dan Pada Saat Kematian Terjadi*. Padang. (Vol. 1, No. 2 (79-84)). Jurnal Matematika UNAND.

[7] Prihantoro, M, Wahyu. (2000). *"Aneka produk asuransi dan karakteristiknya"*. Yogyakarta. Penerbit Kanisius.

[8] Rama Shanker and Hagos Fesshaye (2016). *Departemen of Statistics*. Eritrea Institute of Technology Eritrea (Volume 4 Issue 3).

[9] Santri, S, H., (2018). *Pelaksanaan Prinsip Subrogasi Pada Asuransi Kendaraan Bermotor Menurut Kitab Undang-Undang Hukum Dagang*. (Vol. 2, No. 2). UIR Law Review.

[10] Shanker, R., (2016 C). *The Discrete Poisson-Amarendra Distribution*. Internasional Journal of Probability and Statistics.

[11] Supriyanto (2021). *Sifat – Sifat Distribusi Amarendra dan Distribusi Devya serta Aplikasinya*.

[12] Tugas Akhir S1 Fakultas SAINS dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Pekanbaru.