Penerapan Distribusi Komposit *Lognormal-Pareto* pada Data Klaim Asuransi Harta Benda di Indonesia

Andi Setia Nugraha*, Aceng Komarudin Mutaqin

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

Abstract. This thesis discusses modeling the lognormal-Pareto composite distribution of property insurance claims data in Indonesia. In the composite model there is a threshold value that is calculated using the square root rule heuristic method. Parameter estimation for each distribution uses the maximum likelihood estimation method through the Newton-Raphson numerical method. The initial value for each parameter is obtained from the moment estimator for each distribution. The distribution fit test was carried out using the Kolmogorov-Smirnov fit test. The data used is secondary data from the insurance company PT. XYZ in 2017. The data contains large data on property insurance policyholder claims. The results of the application show that the big data on property insurance claims of PT. XYZ in 2017 comes from a population with a lognormal-Pareto composite distribution.

Keywords: Property, Composite Distribution, Lognormal-Pareto composite distribution, Heuristic Method, Newton-Raphson, Kolmogorov-Smirnov.

Abstrak. Dalam skripsi ini dibahas pemodelan distribusi komposit lognormal-Pareto pada data klaim asuransi harta benda di Indonesia. Dalam model komposit terdapat nilai ambang batas yang dihitung menggunakan metode heuristik aturan akar kuadrat. Penaksiran parameter untuk masing-masing distribusinya menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum melalui metode numerik Newton-Raphson. Nilai awal untuk masing-masing parameter didapat dari penaksir moment setiap distribusinya. Pengujian kecocokan distribusi dilakukan menggunakan uji kecocokan Kolmogorov-Smirnov. Data yang digunakan adalah data sekunder dari perusahaan asuransi PT. XYZ tahun 2017. Data tersebut berisi data besar klaim pemegang polis asuransi harta benda. Hasil penerapan menunjukan bahwa data besar klaim asuransi harta benda PT. XYZ tahun 2017 berasal dari populasi yang berdistribusi komposit lognormal-Pareto.

Kata Kunci: Harta Benda, Distribusi Komposit, Distribusi Komposit Lognormal-Pareto, Metode Heuristik, Newton-Raphson, Kolmogorov-Smirnov.

^{*}andisetianugraha3@gmail.com, aceng.k.mutaqin@gmail.com

A. Pendahuluan

Asuransi merupakan salah satu bentuk proteksi terhadap peristiwa kerugian tidak terduga. Asuransi dapat dikatakan sebagai suatu perjanjian antara dua pihak, penanggung dengan pihak tertanggung atau pemegang polis. Dalam perjanjian tersebut terdapat kesepakatan yang sudah di sepakati kedua belah pihak, diantaranya terdapat sejumlah uang premi yang harus dibayar oleh tertanggung kepada penanggung, dan akan diganti oleh penanggung saat terjadi peristiwa kerugian dengan jumlah klaim yang sudah disepakati pula. Dalam perspektif Islam, Al-Qur'an tidak menjelaskan secara jelas tentang asuransi, namun terdapat ayat yang menyarankan untuk membuat persiapan untuk hari esok. Allah berfirman dalam QS Al-Hasyr ayat 18, "Hai orangorang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, sesungguhnya Allah Maha mengetahui apa yang kamu kerjakan".

Di Indonesia banyak sekali jenis-jenis asuransi yang bisa digunakan agar bisa meminimalisir risiko yang diterima, salah satunya adalah asuransi harta benda. Asuransi harta benda ini cocok dipakai untuk warga negara Indonesia yang merupakan negara padat penduduk, melihat padatnya pemukiman warga Indonesia dan semakin besarnya risiko yang akan terjadi, maka asuransi harta benda adalah pilihan yang paling tepat. Asuransi harta benda merupakan asuransi yang memberi jaminan kerugian pada harta benda terhadap risiko yang telah disepakati. Umumnya risiko tersebut berupa kebakaran, bencana alam atau kerugian lain yang timbul dari kejadian tidak terduga.

Model statistika sangat dibutuhkan untuk membantu pemodelan data klaim asuransi harta benda di Indonesia. Proses pemodelan data klaim asuransi tentunya melibatkan berbagai macam distribusi. Berdasarkan berbagai penelitian, data klaim yang memuat nilai klaim yang besar atau ekstrim lebih cocok salah satunya menggunakan distribusi komposit. Dalam distribusi komposit, data dengan nilai klaim yang kecil dan menengah dimodelkan oleh distribusi standar seperti lognormal atau Weibull, sedangkan data dengan nilai klaim yang besar dimodelkan oleh distribusi jenis Pareto (Brazauskas dan Kleefeld, 2016).

Cooray & Ananda (2005) mengamati bahwa pembayaran kerugian yang timbul dalam industri asuransi biasanya sangat condong positif atau miring ke kanan. Mereka juga mengatakan bahwa peneliti sering menggunakan distribusi Pareto dengan ekor yang lebih panjang dan lebih tebal untuk memodelkan data kerugian yang besar. Sedangkan data kerugian yang besar dengan frekuensi yang sedikit serta data kerugian yang kecil dengan frekuensi banyak sering dimodelkan menggunakan distribusi lognormal. Oleh karena itu Cooray dan Ananda (2005) memperkenalkan distribusi baru yang disebut distribusi komposit lognormal-Pareto. Cooray dan Ananda (2005) menerapkan distribusi komposit lognormal-Pareto pada data klaim asuransi kebakaran di Denmark.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: "bagaimana menerapkan distribusi komposit lognormal-Pareto pada data besar klaim asuransi harta benda di Indonesia?". Selanjutnya, tujuan dalam penelitian adalah menerapkan distribusi komposit lognormal-Pareto pada data besar klaim asuransi harta benda di Indonesia.

В. Metodologi Penelitian

Distribusi Komposit

Bentuk umum dari fungsi densitas distibusi komposit adalah sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} a_1 f_1^*(x), & \text{jika } 0 < x \le \theta, \\ a_2 f_2^*(x), & \text{jika } \theta \le x < \infty. \end{cases}$$
 (1)

dimana:

$$f_1^*(x) = \frac{f_1(x)}{\int_0^\theta f_1(x)dx'},$$
 (2)

dan

$$f_2^*(x) = \frac{f_2(x)}{\int_{\theta}^{\infty} f_2(x) dx}.$$
 (3)

Fungsi di atas merupakan fungsi densitas peluang terpancung dimana $f_i(x)$, i = 1,2 adalah fungsi kepadatan standar, dan a_i sebagai bobot campuran. Untuk bentuk umum fungsi distribusi kumulatif sebagai berikut:

$$F(x) = \begin{cases} a_1 \frac{F_1(x)}{F_1(\theta)}, & \text{jika } 0 < x \le \theta, \\ a_1 \left[1 + \phi \frac{F_2(x) - F_2(\theta)}{1 - F_2(\theta)} \right], & \text{jika } \theta < x < \infty, \end{cases}$$
(4)

Model komposit umumnya tidak kontinu. Oleh karena itu, beberapa kriteria diberlakukan untuk memastikan bahwa model komposit yang dihasilkan kontinu dan mulus. Dengan cara menerapkan kondisi kontinuitas dan diferensiasi pada θ .

$$f_1(\theta) = f_2(\theta) \tag{5}$$

dan:

$$f_1'(\theta) = f_2'(\theta) \tag{6}$$

dimana $f'(\theta)$ adalah turunan pertama dari f(x) yang dievaluasi pada θ . Kondisi ini menjamin fungsi densitas peluang yang mulus. Jika dibuat bobot campurannya dalam bentuk logistik, maka:

$$a_1 = \frac{1}{1+\phi} \tag{7}$$

dan:

$$a_2 = \frac{\Phi}{1 + \Phi} \tag{8}$$

dimana:

$$\phi = \frac{f_1(\theta)[1 - F_2(\theta)]}{f_2(\theta)F_1(\theta)} \tag{9}$$

Distribusi Komposit Lognormal-Pareto

Distribusi komposit lognormal-Pareto pertama kali dicetuskan oleh Cooray dan Ananda (2005). Misalkan *X* merupakan peubah acak dengan fungsi densitas peluang:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+\phi} f_1^*(x), & \text{jika } 0 < x \le \theta, \\ \frac{\phi}{1+\phi} f_2^*(x), & \text{jika } \theta \le x < \infty, \end{cases}$$
(10)

dimana $f_1^*(x)$ dan $f_2^*(x)$ adalah fungsi densitas peluang terpancung, dan $f_1(x)$ dan $f_2(x)$ adalah sebagai berikut:

$$f_1(x) = \frac{1}{x\sigma} \psi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right) \tag{11}$$

dan:

$$f_2(x) = \frac{\alpha \lambda^{\alpha}}{(x+\lambda)^{\alpha+1}}$$
 (12)

Untuk $x>0, \sigma>0, \alpha>0, \lambda>0$, dan $-\infty<\mu<\infty$, dimana $\psi(\cdot)$ dinotasikan sebagai fungsi densitas normal standar. Dengan menerapkan kondisi kontinuitas pada θ menghasilkan:

$$\varphi = \frac{(\theta + \lambda)\psi[(\ln \theta - \mu)/\sigma]}{\alpha\theta\sigma\Phi[(\ln \theta - \mu)/\sigma]}$$
 (13) dimana $\Phi(\cdot)$ dinotasikan sebagai fungsi distribusi kumulatif normal standar. Hal ini juga

dimana $\Phi(\cdot)$ dinotasikan sebagai fungsi distribusi kumulatif normal standar. Hal ini juga menjadi perhatian bahwa fungsi kepadatan probabilitas yang dihasilkan mungkin tidak mulus. Memaksakan kondisi diferensiasi pada θ , tidak hanya membuat fungsi menjadi mulus tetapi juga mengurangi jumlah parameter, dengan memasukan:

$$\mu = \ln \theta - \left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right) \sigma^2. \tag{14}$$

Sehingga fungsi densitas peluang dari distribusi komposit lognormal-Pareto menjadi:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha\theta\sigma\frac{1}{\sigma x}\psi\left(\ln x - \ln\theta - \left(\frac{\alpha\theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right)\sigma\right)}{\alpha\theta\sigma\Phi\left(-\left(\frac{\alpha\theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right)\sigma\right) + (\theta + \lambda)\psi\left(-\left(\frac{\alpha\theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right)\sigma\right)} \\ \frac{(\theta + \lambda)^{\alpha + 1}\alpha\psi\left(-\left(\frac{\alpha\theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right)\sigma\right)}{\left(\alpha\theta\sigma\Phi\left(-\left(\frac{\alpha\theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right)\sigma\right) + (\theta + \lambda)\psi\left(-\left(\frac{\alpha\theta - \lambda}{\theta + \lambda}\right)\sigma\right)(x + \lambda)^{\alpha + 1}\right)} \end{cases}$$
(15)

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\Phi((\ln x - \mu)/\sigma)}{(1 + \phi)\Phi((\ln \theta - \mu)/\sigma)}, & \text{, jika } 0 < x \le \theta, \\ \frac{1}{1 + \phi} \left[1 + \phi \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{x + \lambda}\right)^{\alpha} - 1 - \left(\frac{\lambda}{\theta + \lambda}\right)^{\alpha}}{-\left(\frac{\lambda}{\theta + \lambda}\right)^{\alpha}} \right], \text{jika } \theta < x < \infty, \end{cases}$$
(16)

Penaksiran Parameter Distribusi Komposit Lognormal-Pareto

Misalkan $X_1, ..., X_n$ merupakan suatu sampel acak dari distribusi komposit lognormal-Pareto. Misalkan $x_1, ..., x_n$ adalah realisasi dari sampel acak di atas. Fungsi log-likelihood untuk distribusi tersebut adalah:

$$l(\alpha, \theta, \sigma, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} I(x_i \le \theta) \ln f_1(x_i) + \sum_{i=1}^{n} I(x_i > \theta) \ln f_2(x_i)$$

$$l(\alpha, \theta, \sigma, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} I(x_i \le \theta) \ln \left(\frac{\alpha \theta \sigma \frac{1}{x\sigma} \psi \left(\ln x - \ln \theta - \left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda} \right) \sigma \right)}{\alpha \theta \sigma \Phi \left(-\left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda} \right) \sigma \right) + (\theta + \lambda) \psi \left(-\left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda} \right) \sigma \right)} \right)$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} I(x_i > \theta) \ln \left(\frac{(\theta + \lambda)^{\alpha + 1} \alpha \psi \left(-\left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda} \right) \sigma \right)}{\left(\alpha \theta \sigma \Phi \left(-\left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda} \right) \sigma \right) + (\theta + \lambda) \psi \left(-\left(\frac{\alpha \theta - \lambda}{\theta + \lambda} \right) \sigma \right) (x + \lambda)^{\alpha + 1}} \right)$$

$$(17)$$

Dari perhitungan di atas, tidak dapat menghasilkan solusi untuk α , θ , σ , dan λ secara eksplisit. Oleh karena itu untuk menghitung taksiran kemungkinan maksimum dari parameter distribusi komposit lognormal-Pareto digunakan metode numerik seperti metode Newton-Raphson. Software R. Studio 4.03 dapat digunakan untuk membantu menaksir parameter distribusi komposit lognormal-Pareto. Untuk menghitung taksiran parameter distribusi komposit lognormal-Pareto, diperlukan menghitung nilai awal α , θ , σ , dan λ . Nilai awal α , σ , dan λ akan didasarkan pada perhitungan taksiran parameter α , σ , dan λ menggunakan metode momen, sedangkan untuk parameter θ menggunakan metode Heuristik.

Metode Heuristik untuk Memilih Ambang Batas

Metode heuristik pada dasarnya adalah suatu aturan praktis. Metode ini memiliki keunggulan yaitu sangat mudah untuk diimplementasikan. Mungkin itulah sebabnya metode heuristik sering digunakan dalam praktik oleh perusahaan asuransi. Misal $\mathbf{z}_{(1)} \leq \cdots \leq \mathbf{z}_{(n)}$ adalah data yang sudah diurutkan dari kecil ke besar dan k adalah bilangan riil dalam interval [0, n]. Semua metode heuristik menaksir ambang batas θ , melalui rumus:

$$\hat{\theta} = Z_{([n-k])} \tag{18}$$

dimana [n-k] menyatakan bilangan integer diantara 1, ..., n yang paling dekat ke n-k. Salah satu metode heuristik untuk menentukan nilai k adalah menggunakan aturan kuantil tetap. Aturan kuantil tetap menaksir ambang batas oleh kuantil empirik $(1 - \epsilon)100\%$ dari data, dimana nilai $\epsilon = 50\%$ atau $\epsilon = 0.5$ karena diperkirakan ada sekitar setengahnya dari data berdistribusi lognormal dan setengahnya lagi berdistribusi pareto.

$$k = \epsilon n \tag{19}$$

Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menguji kecocokan distribusi untuk suatu kumpulan data. Hipotesis untuk uji Kolmogorov-Smirnov

 H_0 : data berasal dari populasi yang berdistribusi tertentu

 H_1 : data tidak berasal dari populasi yang berdistribusi tertentu

Misalkan X adalah peubah acak yang berukuran n, yaitu X_1, X_2, \dots, X_n , dimana realisasi dari sampel acak tersebut adalah x_1, x_2, \dots, x_n . Statistik uji untuk uji Kolmogorov-Smirnov adalah:

$$D = \max_{1 \le i \le n} |F_n(x_i) - F^*(x_i)| \tag{20}$$

 $D = \max_{1 \le i \le n} |F_n(x_i) - F^*(x_i)|$ (20) Dimana $F_n(x_i)$ adalah fungsi distribusi empiris untuk data pengamatan ke-i, sedangkan $F^*(x_i)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari model yang diuji untuk data pengamatan ke-i. Nilai kritis untuk uji Kolmogorov-Smirnov terdapat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Kritis Uji *Kolmogorov-Smirnov*

Taraf Nyata (α)	0,01	0,05	0,1
Nilai Kritis	1,63	1,36	1,22
	$\overline{\sqrt{n}}$	$\overline{\sqrt{n}}$	$\overline{\sqrt{n}}$

Sumber: Klugman dkk. (2012)

Berdasarkan nilai kritis, kriteria uji Kolmogorov-Sminov adalah tolak hipotesis nol jika nilai statistik uji lebih besar dari nilai kritis pada taraf nyata yang ditetapkan.

Langkah-langkah Penerapan Distribusi Komposit Lognormal-Pareto

Bagian ini akan diuraikan langkah-langkah untuk menguji kecocokan distribusi komposit Lognormal-Pareto menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov pada data besar klaim asuransi harta benda. Langkah-langkah yang akan dilakukan adalah: (1) Menyatakan hipotesis pengujian.

 H_0 : Data besar klaim asuransi harta benda berasal dari populasi yang berdistribusi komposit Lognormal-Pareto.

 H_1 : Data besar klaim asuransi harta benda bukan berasal dari populasi yang berdistribusi komposit Lognormal-Pareto.

; (2) Menaksir parameter model komposit Lognormal-Pareto, yaitu θ , σ , α , dan λ menggunakan metode numerik iterasi Newton-Raphson sebagai solusi dari Persamaan (17); (3) Menaksir parameter distribusi komposit lognormal-Pareto, yaitu ϕ , dan μ , menggunakan Persamaan (13) dan (14); (4) Menghitung nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov menggunakan Persamaan (20); (5) Menghitung nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov untuk tingkat signifikansi α, dan ukuran sampel n, berdasarkan Tabel 2.1; (6) Memutuskan hasil Pengujian kecocokan distribusi menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Jika nilai statistik uji lebih kecil dari nilai kritis, maka hipotesis nol diterima, lainnya hipotesis nol ditolak.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Data pada penelitian ini berupa data sekunder hasil pencatatan perusahaan asuransi umum PT. XYZ tahun 2017. Data tersebut berisikan data besar klaim pemegang polis untuk produk asuransi harta benda terhadap perusahaan asuransi PT. XYZ sebanyak n = 62.

Untuk menguji kecocokan distribusi komposit lognormal-Pareto pada data besar klaim asuransi harta benda PT. XYZ, diperlukan hipotesis pengujian. Hipotesis untuk pengujian tersebut adalah:

 H_0 : Data besar klaim asuransi harta benda berasal dari populasi yang berdistribusi komposit Lognormal-Pareto.

H₁: Data besar klaim asuransi harta benda bukan berasal dari populasi yang berdistribusi komposit Lognormal-Pareto

Perhitungan statistik uji untuk hipotesis diatas memerlukan taksiran parameter distribusi

komposit lognormal-Pareto berdasarkan data besar klaim asuransi harta benda PT. XYZ. Untuk menaksir parameter distribusi komposit lognormal-Pareto diperlukan nilai awal karena menggunakan metode numerik. Nilai awal untuk taksiran parameter α dan λ diperoleh dari penaksir metode moment dari parameter distribusi Pareto, nilai awal untuk taksiran parameter σ diperoleh dari penaksir metode moment dari parameter distribusi lognormal, sedangkan nilai awal untuk taksiran parameter θ diperoleh dari metode heuristik. Dengan menggunkan perangkat lunak R. Studio, diperoleh nilai awal α = 2,277493 λ =170.295.399, dan σ = 1,489968. Berdasarkan data diketahui banyaknya pengamatan besar klaim adalah, n = 62. Dengan menetapkan nilai ϵ = 0,5, maka diperoleh nilai $k = \epsilon n = 0,5 \times 62 = 31$. Dengan demikian nilai awal θ adalah data urutan ke n-k=62-31=31 , yaitu $\hat{\theta}=z_{([n-k])}=z_{(31)}=$ 27.400.000

Dengan menggunakan nilai awal di atas, taksiran parameter α , λ , σ , dan θ dapat diperoleh dengan bantuan perangkat lunak R. Studio. Dengan proses iterasi Newton-Raphson diperoleh nilai taksiran untuk setiap parameter sebesar $\hat{\alpha}$ = 2,8088, $\hat{\lambda}$ = 170.295.443 $\hat{\sigma}$ = 1,7300, dan $\hat{\theta}$ = 8.342.027. Adapun hasil nilai taksiran parameter disubstitusikan pada Persamaan (13) dan Persamaan (14) sehingga diperoleh nilai taksiran parameter $\hat{\Phi} = 8,2537$ dan $\hat{\mu} = 18,3973$.

Dengan menggunakan Persamaan (20) diperoleh nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov yaitu nilai maksimum dari kolom ke-5 pada Tabel 4.1 sebesar D = 0,1709. Dengan taraf signifikansi sebesar 5% dan n = 62 diperoleh nilai kritis sebesar 0.1727. Karena nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dari nilai kritisnya, maka hipotesis nol diterima dan disimpulkan bahwa data besar klaim asuransi harta benda PT. XYZ berasal dari populasi yang berdistribusi komposit lognormal-Pareto.

D. Kesimpulan

Dalam penelitian ini telah diterapkan model komposit lognormal-Pareto pada data besar klaim asuransi harta benda PT. XYZ pada tahun 2017. Hasil penerapan menunjukan bahwa data besar klaim asuransi harta benda PT. ZYZ pada tahun 2017 berasal dari populasi yang berdistribusi komposit lognormal-Pareto dengan nilai taksiran parameternya adalah $\hat{\alpha}$ = 2,8088, $\hat{\lambda}$ = 170.295.443, $\hat{\sigma}$ = 1,7300, $\hat{\theta}$ = 8342027, $\hat{\Phi}$ = 8,2537 dan $\hat{\mu}$ = 18,3973.

Acknowledge

Penelitian ini dapat terlaksana berkat adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada Allah SWT, kedua orang tua yang selalu memberikan dukungan, Bapak Dr. Aceng Komarudin Mutaqin, S.Si., M.T., M.Si. yang telah memberikan masukan kepada penulis, bapak/ibu dosen Statistika Unisba yang telah membagikan ilmu pengetahuannya, dan teman-teman yang selalu memberikan bantuan kepada penulis hingga dapat menyelesaikan perkuliahan ini.

Daftar Pustaka

- Brazauskas, V., & Kleefeld, A. (2011). Folded and log-folded-t distributions as models [1] for insurance loss data. Scandinavian Actuarial Journal.
- [2] Cooray, K., & Ananda, M. M. A. (2005). Modeling actuarial data with a composite lognormal-Pareto model. Scandinavian Actuarial Journal.
- Khoirunnisa, A. S., Ruhiyat., & Mangku, I. W. (2021). Pemodelan Data Klaim Pada [3] Asuransi Umum Dengan Sebaran Lognormal-Pareto Komposit. Bogor. Skripsi S1 Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor.
- Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2012). Loss models: from data to [4] decisions. John Wiley & Sons.
- Nadarajah, S. & Bakar, S. A. A. (2012). New composite models for the Danish fire [5] insurance data. Scandinavian Actuarial Journal.
- [6] Nastiti, Raisha Shahelia, Mutaqin, Aceng Komarudin. (2022). Penerapan Model Komposit Weibull-Pareto Pada Data Klaim Asuransi Harta Benda. Jurnal Riset Statistika 2(1), 43-50.

- [7] Safitri, R., P., & Mutaqin, A. K. (2020). *Pemodelan Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Indonesia Menggunakan model Komposit Log-Logistik Generalized Pareto Distribution*. Bandung. Skripsi S1 Program Studi Statistika, Universitas Islam Bandung.
- [8] Scollnik, D. P. (2007). *On composite lognormal-Pareto models*. Scandinavian Actuarial Journal.
- [9] Pigeon, M., Denuit, M. *Composite Lognormal–Pareto model with random threshold*. Scandinavian Actuarial Journal.