

Visualisasi Prediksi *Remaining Useful Life Bearing* Menggunakan Regresi Bayesian

Marcelia Mutiarani*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*marceliamutiaranii@gmail.com, std.darwis@gmail.com

Abstract. Bearing element are prone to failure, which can cause economic losses and even fatalities. Prediction of the remaining age is utilized to see conditions that may occur in order to avoid dissatisfaction. The Bayesian method is a method for estimating parameter distributions that have high accuracy. This thesis aims to apply the estimated parameters of the least squares method and Bayesian regression model to predict Remaining Useful Life (RUL) bearings. The bearing index degradation was obtained using principal components through a dimension reduction process. Time domain features are reduced from the corresponding vibration signals to construct Health Indicators (HI). Bayesian regression index degradation was used to predict RUL. The data used is secondary data on accelerated degradation related to China's XJTU-SY. RUL prediction results were acquired at tp of 60 minutes. For the horizontal direction on the standard deviation feature, RUL prediction values were obtained with KT of 54 minutes and Bayesian of 11 minutes, while for the kurtosis factor feature, RUL prediction values were earned with KT of 46 minutes and Bayesian of 40 minutes. For the vertical direction, the peak value feature with KT is 57 minutes, and Bayesian is 28 minutes. The RUL graph shows that the prediction line has an up or down trend, indicating that predictions using KT bearing degradation are slower than those utilizing Bayesian. It can be concluded that Bayesian predictions are more accurate than KT because, using Bayesian RUL value predictions, the bearing degradation is smaller, meaning that bearing degradation can be predicted more quickly. Maintenance can be carried out immediately to reduce maintenance costs.

Keywords: Bearing, Principal Component, Least Squares Method, Bayesian Regression.

Abstrak. Elemen *bearing* rentan terhadap kegagalan yang dapat menyebabkan kerugian secara ekonomi bahkan korban jiwa. Prediksi sisa usia digunakan untuk melihat kondisi kelayakan *bearing* guna menghindari terjadinya kegagalan. Metode Bayesian merupakan metode untuk mengestimasi parameter distribusi yang memiliki akurasi yang tinggi. Skripsi ini bertujuan untuk menerapkan estimasi parameter model regresi metode kuadrat terkecil dan Bayesian pada prediksi *Remaining Useful Life* (RUL) *bearing*. Indeks degradasi *bearing* diperoleh melalui proses reduksi dimensi menggunakan komponen utama. Fitur domain waktu di reduksi dari sinyal vibrasi *bearing* untuk membangun *Health Indicator* (HI). Regresi Bayesian indeks degradasi digunakan untuk memprediksi RUL. Data yang digunakan merupakan data sekunder akselerasi degradasi *bearing* XJTU-SY China. Didapatkan hasil prediksi RUL pada tp sebesar 60 menit, untuk arah horizontal pada fitur standar deviasi didapatkan nilai prediksi RUL dengan KT sebesar 54 menit dan Bayesian sebesar 11 menit sedangkan pada fitur faktor kurtosis didapatkan nilai prediksi RUL dengan KT sebesar 46 menit dan Bayesian sebesar 40 menit. Untuk arah vertikal pada fitur nilai puncak dengan KT sebesar 57 menit dan Bayesian sebesar 28 menit. Dilihat dari grafik RUL garis prediksi memiliki trend naik atau turun yang menunjukkan prediksi menggunakan KT degradasi *bearing* lebih lambat daripada menggunakan Bayesian. Dapat disimpulkan bahwa prediksi menggunakan Bayesian lebih akurat daripada KT karena menggunakan Bayesian nilai prediksi RUL degradasi *bearing* lebih kecil, artinya degradasi *bearing* dapat diprediksi lebih cepat dan dapat segera dilakukan perawatan untuk mereduksi biaya perawatan.

Kata Kunci: Bearing, Komponen Utama, Metode Kuadrat Terkecil, Regresi Bayesian.

A. Pendahuluan

Bearing merupakan elemen yang digunakan untuk mengurangi gesekan antar dua komponen sehingga dapat bergerak sesuai tujuannya. Namun *bearing* juga elemen yang paling rentan terhadap kerusakan. Status kesehatan *bearing* dapat memiliki dampak yang signifikan terhadap keseluruhan kinerja peralatan. Kondisi tidak normal dapat berpengaruh pada proses produksi dan menyebabkan konsekuensi yang sangat fatal seperti kerugian ekonomi bahkan korban jiwa. Menurut Gao (3) memprediksi sisa usia *bearing* secara *real time* adalah hal terpenting. Pemantauan kondisi serta prediksi sisa usia dari *bearing* yang beroperasi dapat membantu mengarahkan perawatan yang tepat waktu dan masuk akal, memperpanjang masa pakai peralatan, meningkatkan keandalan sistem mekanis dan mencegah kecelakaan yang disebabkan oleh kerusakan *bearing*.

Fitur statistik digunakan untuk mendeteksi kerusakan pada *bearing*. Dimensi besar yang didapat dari perhitungan fitur statistik direduksi menggunakan analisis komponen utama. Menggunakan komponen utama data diringkas tanpa mengurangi karakteristik data.

Beberapa metode yang digunakan dalam mengestimasi parameter diantaranya Metode Kuadrat Terkecil (MKT) dan metode Bayesian. Metode Kuadrat Terkecil (MKT) memiliki prinsip dasar meminimumkan jumlah *error* dari persamaan regresi menurut drapper, dkk. (2). Metode Bayesian merupakan sebuah metode yang menggabungkan informasi dari data sampel *likelihood* dan informasi dari data sebelumnya (*prior*) untuk memperoleh *posterior*. Regresi linier Bayes adalah pendekatan regresi linier dengan analisis statistik berkoreksi inferensi Bayes. Menurut Katianda, dkk. (6) ketika model memiliki *error* berdistribusi normal dan distribusi *prior* diasumsikan, didapatkan distribusi *posterior* dari parameter model (Katianda et al., 2020). Estimasi menggunakan metode Bayes memiliki nilai bias yang lebih kecil dan stabil dibandingkan dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil.

Metode prediksi sisa usia *bearing* berdasarkan metode Bayesian terbukti secara efektif menangani ketidakpastian parameter dalam proses degradasi *bearing*. Penelitian terdahulu telah dilakukan sebelumnya oleh A. Mosallam, K. Medjaher dan N. Zerhouni (2016) untuk memprediksi sisa umur *bearing* berdasarkan pendekatan Bayesian.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Bagaimana prediksi sisa usia *bearing* menggunakan regresi non-Bayesian dan regresi Bayesian?”. Selanjutnya, tujuan dari penelitian ini yaitu untuk menentukan indeks degradasi *bearing* menggunakan komponen utama, menerapkan estimasi parameter model regresi non-Bayesian dan regresi Bayesian sisa usia *bearing* serta prediksi sisa usia secara visual.

B. Metodologi Penelitian

Fitur Domain Waktu

Tabel 1. Fitur Domain Waktu

No	Fitur Statistik	Rumus	No	Fitur Statistik	Rumus
1	Rata – rata	$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_i$	8	Skewness	$X_{ske} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^3}{(N - 1)X_\sigma^3}$
2	Standar Deviasi	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}$	9	Kurtosis	$X_{kur} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^4}{(N - 1)X_\sigma^4}$
3	Koefisien Variasi	$X_{cv} = X_\sigma / \bar{X}$	10	Skewness Factor	$I_{ske} = \frac{X_{ske}}{X_{rms}^3}$

4	Nilai Puncak	$X_{max} = \max\{ x_i \}$	11	Kurtosis Factor	$I_{kur} = \frac{X_{kur}}{X_{rms}^4}$
5	Rata – rata Mutlak	$\bar{X}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i $	12	Crest Factor	$I_p = \frac{X_{max}}{X_{rms}}$
6	Root Mean Square (RMS)	$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2}$	13	Impulse Factor	$I_i = \frac{X_{max}}{\bar{X}_p}$
7	Puncak ke Puncak	$X_{p-p} = \max(x_i) - \min(x_i)$	14	Waveform Factor	$I_w = \frac{X_{rms}}{X_p}$

Empat belas fitur domain waktu digunakan pada penelitian ini, fitur diekstraksi dan dilihat plotnya untuk mendeteksi kerusakan bearing. Perhitungan fitur dilakukan menggunakan software Jupyter Notebook.

Komponen Utama

Analisis komponen utama merupakan teknik analisis menyederhanakan data hingga terbentuk koordinat baru dengan variansi maksimum tanpa mengurangi karakteristik data secara signifikan.

Matriks kovariansi merupakan matriks persegi yang menunjukkan kovariansi antar pasangan elemen dari vektor acak. Matriks kovariansi simetris dan diagonal utamanya berisi variansi.

Pada penelitian ini metode komponen utama mengestimasi nilai *loading*, maka untuk mengestimasi digunakan metode Regresi Bayesian. Komponen utama pertama menyerap 89.2% variansi total (3). Berikut merupakan rumusan komponen utama (ψ^1) pertama:

$$\psi^1 = X\varphi_1 = \sum_{j=1}^{14} \varphi_{1j} X_j \quad (1)$$

Regresi Bayesian

Rumusan model regresi kuadratik adalah seperti berikut:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \beta_1 t_i^2 + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \varepsilon_i \sim iid. N(0, \sigma^2) \quad (2)$$

Perkiraan varians konstan dalam asumsi model melalui *Mean Square Error* (MSE):

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (3)$$

Derajat kebebasan $n - 2$ merupakan jumlah pengamatan. Estimasi y -intersep β_0 , dan kemiringan β_1 .

1. Metode Kuadrat Terkecil

Menggunakan regresi kuadratik pada metode kuadrat terkecil dapat dihitung dengan menggunakan “sums of squares” berikut,

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{s_{ty}}{s_{tt}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{t} = \bar{y} - \frac{s_{ty}}{s_{tt}} \bar{t} \quad (4)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{n-2} = MSE$$

2. Metode Bayesian

Update distribusi $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}^2$ berdasarkan data $\{(t_i, y_i), i = 1, \dots, n\}$

$$Y_i|t_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2 \sim N(\beta_0 + \beta_1 t_i, \sigma^2) \quad (5)$$

Likelihood $Y_i|t_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2$

$$p(y_i|t_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_i - (\beta_0 + \beta_1 t_i))^2}{\sigma^2}\right) \quad (6)$$

$L(\beta_0, \beta_1, \sigma^2)$ merupakan likelihood observasi Y_1, \dots, Y_n

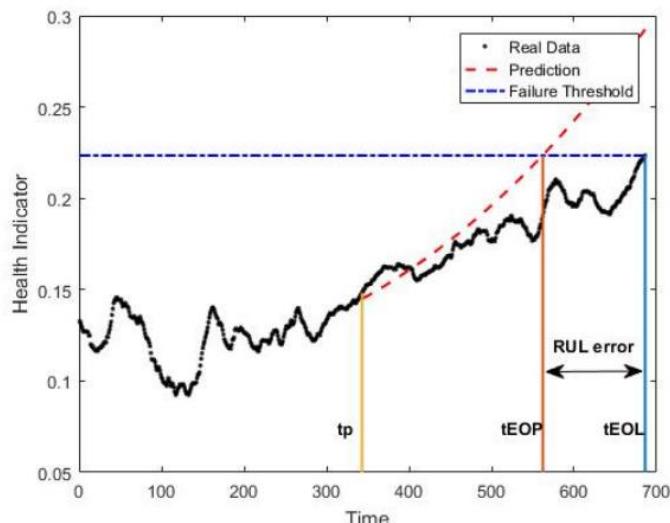
Prior $(\beta_0, \beta_1, \sigma^2)$

$$p(\beta_0, \beta_1, \sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2}, p(\beta_0, \beta_1|\sigma^2) \propto 1, p(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2} \quad (7)$$

Posterior $(\beta_0, \beta_1, \sigma^2)$

$$\begin{aligned} p^*(\beta_0, \beta_1, \sigma^2|y_1, \dots, y_n) &\propto \frac{1}{(\sigma^2)^{(n+2)/2}} \exp\left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 t_i)^2}{2\sigma^2}\right) \\ \beta_1|y_1, \dots, y_n &\sim t(n-2, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}^2/S_{tt}) \\ \beta_0|y_1, \dots, y_n &\sim t\left(n-2, \hat{\beta}_0, \hat{\sigma}^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}}\right)\right) \end{aligned} \quad (8)$$

Prediksi Remaining Useful Life



Gambar 1. Prediksi Remaining Useful Life

Keterangan:

$t_p = t_{present}$; EOP = End of Prediction; EOL = End of Life;

$RUL_{actual} = t_{EOL} - t_p$; $RUL_{prediction} = t_{EOP} - t_p$

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Komponen Utama

Hasil perhitungan fitur memiliki dimensi yang cukup besar. Dilakukan reduksi dimensi menggunakan komponen utama. Namun, komponen utama tidak dapat digunakan sebagai dasar prediksi karena plot komponen utama tidak menunjukkan adanya *trend* yang menunjukkan degradasi *bearing*. Oleh karena itu, fitur domain waktu yang memiliki *trend* digunakan sebagai dasar prediksi

Parameter Model Regresi

Berdasarkan plot fitur domain waktu, dapat dilihat bahwa plot yang cukup baik untuk *Bearing 1_1* arah horizontal dan arah vertikal adalah fitur standar deviasi, nilai puncak, RMS dan *kurtosis factor*. Untuk arah horizontal digunakan fitur standar deviasi dan *kurtosis factor*

berikut:

Tabel 2. Bearing 1_1 Arah Horizontal pada Fitur Standar Deviasi

	<i>Bearing1_1</i>					
	Horizontal					
	Fitur Standar Deviasi untuk Model Regresi KT			Fitur Standar Deviasi untuk Model Regresi Bayesian		
	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
Value	0.894	-0.02441	0.000450	0.9599	-0.0358	0.0011
T-Value	7.83	-5.74	13.56			
P-Value	0.000	0.000	0.000			

Tabel 3. Bearing 1_1 Arah Horizontal pada Fitur Kurtosis Factor

	<i>Bearing1_1</i>					
	Horizontal					
	Fitur Kurtosis Factor untuk Model Regresi KT			Fitur Kurtosis Factor untuk Model Regresi Bayesian		
	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
Value	25.163	-0.2903	0.000524	25.1648	-0.277	0.00030287
T-Value	34.29	-10.63	2.45			
P-Value	0.000	0.000	0.016			

Untuk arah vertikal digunakan fitur nilai puncak berikut:

Tabel 4. Bearing 1_1 Arah Vertikal pada Fitur Nilai Puncak

	<i>Bearing1_1</i>					
	Vertikal					
	Fitur Nilai Puncak untuk Model Regresi KT			Fitur Nilai Puncak untuk Model Regresi Bayesian		
	β_0	β_1	β_2	β_0	β_1	β_2
Value	3.429	-0.0565	0.001158	3.3104	-0.0438	0.0017
T-Value	9.06	-4.01	10.52			
P-Value	0.000	0.000	0.000			

Parameter regresi dengan kuadrat terkecil untuk arah horizontal yaitu standar deviasi dan *kurtosis factor* dan arah vertikal yaitu nilai puncak ketiganya signifikan pada *p-value* sebesar 0.000. Taksiran Bayesian parameter regresi kuadratik standar deviasi, *kurtosis factor* dan kuadrat terkecil didapatkan melalui proses sampling dari distribusi t nonsentral sampel sebanyak 1000, selanjutnya dihitung nilai rata-ratanya sebagai taksiran Bayesian parameter regresi kuadrat menggunakan software Matlab.

Persamaan Regresi

Persamaan regresi dengan kuadrat terkecil dan Bayesian didapatkan dari parameter model regresi di atas. Didapatkan persamaan regresi untuk arah horizontal pada fitur standar deviasi dan *kurtosis factor* berikut:

Tabel 5. Persamaan Regresi untuk Arah Horizontal pada Fitur Standar Deviasi dan Kurtosis Factor

<i>Bearing1_1</i>	
Horizontal	
Fitur Standar Deviasi untuk Persamaan Regresi KT	Fitur Standar Deviasi untuk Persamaan Regresi Bayesian
$y = 0.894 - 0.02441 t + 0.000450 t^2$	$y = 0.9599 - 0.0358 t + 0.0011 t^2$
<i>Bearing1_1</i>	
Horizontal	
Fitur Kurtosis Factor untuk Persamaan Regresi KT	Fitur Kurtosis Factor untuk Persamaan Regresi Bayesian
$y = 25.163 - 0.2903 t + 0.000524 t^2$	$y = 25.1648 - 0.277 t + 0.00030287 t^2$

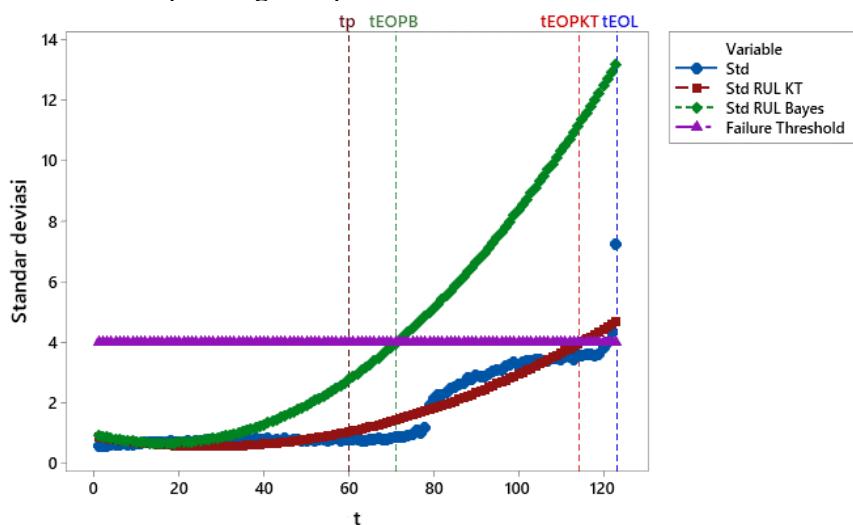
Untuk arah vertikal pada fitur nilai puncak didapatkan persamaan regresi berikut:

Tabel 6. Persamaan Regresi untuk Arah Vertikal pada Fitur Nilai Puncak

<i>Bearing1_1</i>	
Vertikal	
Fitur Nilai Puncak untuk Persamaan Regresi KT	Fitur Nilai Puncak untuk Persamaan Regresi Bayesian
$y = 3.429 - 0.0565 t + 0.001158 t^2$	$y = 3.3104 - 0.0438 t + 0.0017 t^2$

Prediksi Remaining Useful Life (RUL) Bayesian

Pada arah horizontal didapatkan grafik prediksi RUL untuk fitur standar deviasi berikut:

**Gambar 2.** Grafik Prediksi RUL untuk Fitur Standar Deviasi

Berdasarkan grafik di atas pada tp (time present/waktu saat ini) sebesar 60 menit dengan waktu akhir usia (tEOL) sebesar 123 menit, waktu akhir prediksi dengan kuadrat terkecil (tEOP KT) sebesar 114 menit dan waktu akhir prediksi dengan Bayes (tEOP Bayes) sebesar 71 menit. Dapat dilihat bahwa garis prediksi KT menunjukkan kenaikan degradasi *bearing* lebih lambat

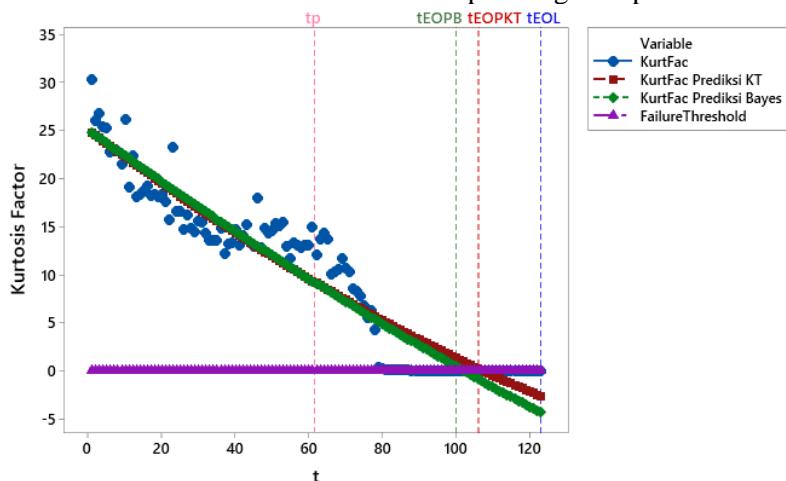
daripada garis prediksi Bayes dengan ambang kegagalan sebesar 4. Didapatkan perhitungan RUL dari grafik tersebut sebagai berikut:

Tabel 7. Perhitungan RUL dari Grafik untuk Fitur Standar Deviasi

Standar Deviasi			
tp (menit)	RUL actual (menit)	Prediksi RUL KT (menit)	Prediksi RUL Bayesian (menit)
60	63	54	11
75	48	39	0
80	43	34	0
90	33	24	0

Pada fitur standar deviasi, dilakukan pengujian pada tiap waktu yang berbeda dan dilihat bahwa prediksi RUL menggunakan Bayesian lebih cepat mendeteksi kerusakan dibandingkan dengan kuadrat terkecil. Artinya pencegahan kerusakan dapat dilakukan lebih cepat jika diprediksi menggunakan RUL Bayesian. Pada tp sebesar 60 menit didapatkan RUL *actual* sebesar 63 menit dan diprediksi menggunakan kuadrat terkecil diketahui bahwa sisa usia *bearing* sebesar 54 menit sedangkan menggunakan Bayesian diketahui bahwa sisa usia *bearing* sebesar 11 menit.

Pada arah horizontal fitur kurtosis factor didapatkan grafik prediksi RUL berikut:



Gambar 3. Grafik Prediksi RUL untuk Fitur Kurtosis Factor

Berdasarkan grafik di atas pada tp (*time present/waktu saat ini*) sebesar 60 menit dengan waktu akhir usia (tEOL) sebesar 123 menit, waktu akhir prediksi dengan kuadrat terkecil (tEOP KT) sebesar 106 menit dan waktu akhir prediksi dengan Bayes (tEOP Bayes) sebesar 100 menit. Dapat dilihat bahwa garis prediksi KT menunjukkan kenaikan degradasi *bearing* lebih lambat daripada garis prediksi Bayes dengan ambang kegagalan sebesar 0. Didapatkan perhitungan RUL dari grafik tersebut sebagai berikut:

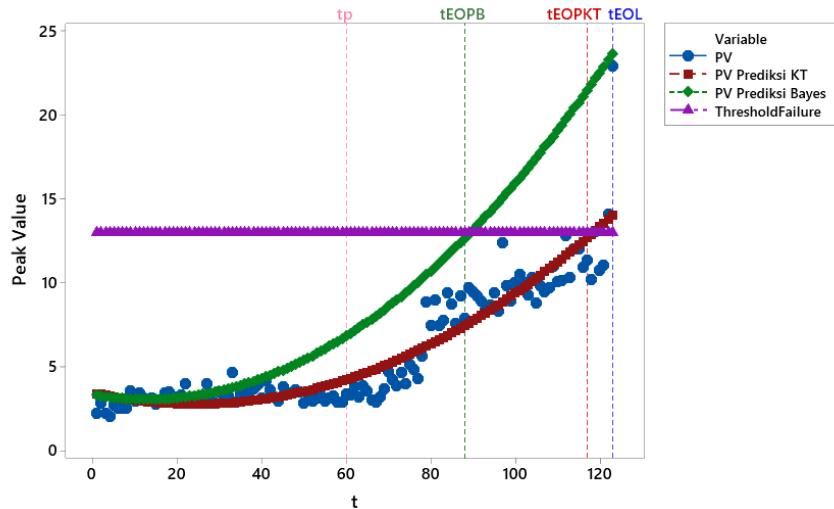
Tabel 8. Perhitungan RUL dari Grafik untuk Fitur Kurtosis Factor

Kurtosis Factor			
tp (menit)	RUL actual (menit)	RUL Prediction KT (menit)	RUL Prediction Bayesian (menit)
60	63	46	40
75	48	31	25
80	43	26	20
90	33	16	10

Pada fitur *kurtosis factor* dilakukan pengujian pada tiap waktu yang berbeda dan dilihat

bawa prediksi RUL menggunakan Bayesian lebih cepat mendeteksi kerusakan dibandingkan dengan kuadrat terkecil. Artinya pencegahan kerusakan dapat dilakukan lebih cepat jika diprediksi menggunakan RUL Bayesian. Pada tp sebesar 60 menit didapatkan RUL *actual* sebesar 63 menit dan diprediksi menggunakan kuadrat terkecil diketahui bahwa sisa usia *bearing* sebesar 46 menit sedangkan menggunakan Bayesian diketahui bahwa sisa usia *bearing* sebesar 40 menit.

Pada arah vertikal fitur nilai puncak didapatkan grafik RUL berikut:



Gambar 4. Grafik Prediksi RUL untuk Fitur Nilai Puncak

Berdasarkan grafik di atas pada tp (*time present*/waktu saat ini) sebesar 60 menit dengan waktu akhir usia (tEOL) sebesar 123 menit, waktu akhir prediksi dengan kuadrat terkecil (tEOP KT) sebesar 117 menit dan waktu akhir prediksi dengan Bayes (tEOP Bayes) sebesar 88 menit. Dapat dilihat bahwa garis prediksi KT menunjukkan kenaikan degradasi *bearing* lebih lambat daripada garis prediksi Bayes dengan ambang kegagalan sebesar 0. Didapatkan perhitungan RUL dari grafik tersebut sebagai berikut:

Tabel 9. Perhitungan RUL dari Grafik untuk Fitur Nilai Puncak

Nilai Puncak			
tp (menit)	RUL <i>actual</i> (menit)	RUL Prediction KT (menit)	RUL Prediction Bayesian (menit)
60	63	57	28
75	48	42	13
80	43	37	8
90	33	27	0

Pada fitur nilai puncak dilakukan pengujian pada tiap waktu yang berbeda dan dilihat bahwa prediksi RUL menggunakan Bayesian lebih cepat mendeteksi kerusakan dibandingkan dengan kuadrat terkecil. Artinya pencegahan kerusakan dapat dilakukan lebih cepat jika diprediksi menggunakan RUL Bayesian. Pada tp sebesar 60 menit didapatkan RUL *actual* sebesar 63 menit dan diprediksi menggunakan kuadrat terkecil diketahui bahwa sisa usia *bearing* sebesar 46 menit sedangkan menggunakan Bayesian diketahui bahwa sisa usia *bearing* sebesar 40 menit.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, prediksi RUL *bearing* menggunakan regresi Bayesian. Dengan fitur standar deviasi, *kurtosis factor* dan nilai puncak diperoleh grafik regresi Bayesian *Bearing 1_1* dilakukan pada arah horizontal dan vertikal. Untuk *bearing* horizontal

fitur standar deviasi dan fitur *kurtosis factor* akurat secara visual menunjukkan grafik yang cukup baik karena garis degradasi *bearing* menunjukkan *trend* naik (standar deviasi) ataupun turun (*kurtosis factor*) dan nilai RUL Bayes degradasi *bearing* menunjukkan nilai yang lebih kecil dari RUL KT. Untuk *bearing* vertikal akurat secara visual pada fitur nilai puncak karena menunjukkan *trend* naik dan nilai RUL Bayes degradasi *bearing* menunjukkan nilai yang lebih kecil dari RUL KT. Secara keseluruhan RUL Bayesian lebih baik daripada RUL KT karena dapat memprediksi kerusakan *bearing* lebih cepat dan akurat. Jika deteksi kerusakan lebih cepat maka antisipasi perawatan akan lebih cepat dan dapat mengurangi biaya perawatan sebelum terjadi kerusakan.

Acknowledge

Penulis ucapan terimakasih kepada pihak-pihak yang sudah membantu dalam penyelesaian penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Clyde, M., Cetinkaya-Rundel, M., Rundel, C., Banks, D., Chai, C., & Huang, L. (2019). *An Introduction to Bayesian Thinking. A Companion to the Statistics with R Course*. 197. https://statswitchr.github.io/book/_main.pdf
- [2] Draper, R Norman, Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis, Third Edition (PDFDrive).pdf*.
- [3] Gao, T., Li, Y., Huang, X., & Wang, C. (2021). *Data-driven method for predicting remaining useful life of bearing based on bayesian theory*. Sensors (Switzerland), 21(1), 1–17. <https://doi.org/10.3390/s21010182>
- [4] HANDANI, R., MAIYASTRI, M., & DIANA, R. (2017). *Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil Dan Metode Bayes Dalam Mengestimasi Model Regresi Linier Sederhana Dengan Galat Heteroskedastisitas*. Jurnal Matematika UNAND, 6(3), 47. <https://doi.org/10.25077/jmu.6.3.47-54.2017>
- [5] Kamiel, B. P., Prastomo, N., & Riyanta, B. (2019). *Ekstraksi Parameter Statistik Domain Waktu dan Domain Frekuensi untuk Mendeteksi Kavitasi pada Pompa Sentrifugal Berbasis Principal Component Analysis (PCA)*. Jurnal Rekayasa Mesin, 10(2), 165–176. <https://doi.org/10.21776/ub.jrm.2019.010.02.8>
- [6] Katianda, K. R., Goejantoro, R., & Satriya, A. M. A. (2020). *Estimasi Parameter Model Regresi Linier dengan Pendekatan Bayes (Studi Kasus: Kemiskinan di Provinsi Kalimantan Timur pada Tahun 2017) Estimation Parameter of Linear Regression Model with Bayes Approach (Case Study: Poverty of East Kalimantan Province)*. 11, 127–132.
- [7] Mardia, K. V, Kent, J. T., & Bibby, J. M. (1979). *Multivariate Analisys, 1st Edition*.
- [8] Noya van Delsen, M. S., Wattimena, A. Z., & Saputri, S. (2017). *Penggunaan Metode Analisis Komponen Utama Untuk Mereduksi Faktor-Faktor Inflasi Di Kota Ambon*. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 11(2), 109–118. <https://doi.org/10.30598/barekengvol11iss2pp109-118>.
- [9] Unaijah, Uun, Darwis, Sutawanir. (2022). Prediksi Sisa Umur Bearing Menggunakan Distribusi Weibull. *Jurnal Riset Statistika* 2(1). 75-84.