

Penerapan Distribusi Campuran *Lognormal-Gamma* pada Data Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor

Sheli Andriani*, Aceng Komarudin Mutaqin

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*sheliandriani22@gmail.com, aceng.k.mutaqin@gmail.com

Abstract. Insurance is an agreement between the insurer and the insured, which requires the insured to pay a premium to provide reimbursement for the risk of loss, damage, death or loss of profits due to an unexpected event. Some of the terms in insurance, one of which is a claim, when a claim occurs when the insured experiences a risk, the insurer will compensate for the loss according to the agreement stated in the policy (written agreement). In several previous studies, there are distributions that are applied to large claims data such as the Pareto distribution and the Weillbul distribution. This study will use a mixed lognormal-gamma distribution. The mixed distribution of the lognormal gamma mixture belongs to the continuous distribution with three parameters (μ , α , and β). The data used is the big data of claims at the insurance company PT XZ in 2014 regarding the data of claims for Partial Loss motor vehicle insurance for region 1 category 5. Based on the results of applying the mixed lognormal-gamma distribution it is concluded that the big data for motor vehicle insurance claims for category 5 region 1 comes from population with mixed lognormal-gamma distribution.

Keywords: *Bonus Malus, Insurance, Mixed Lognormal Gamma Distribution, Negative Binomial Distribution, Partial Loss.*

Abstrak. Asuransi merupakan perjanjian antara penanggung dan tertanggung, yang mewajibkan tertanggung membayar sejumlah premi untuk memberikan penggantian atas risiko kerugian, kerusakan, kematian, atau kehilangan keuntungan karena suatu peristiwa yang tidak terduga. Beberapa istilah dalam asuransi salah satunya yaitu klaim, terjadinya klaim ketika tertanggung mengalami risiko maka penanggung akan mengganti kerugian sesuai dengan kesepakatan yang tertera dalam polis (perjanjian tertulis). Dalam beberapa penelitian terdahulu, terdapat distribusi yang diterapkan pada data besar klaim seperti distribusi Pareto dan distribusi Weillbul. Pada penelitian ini akan menggunakan distribusi campuran lognormal-gamma. Distribusi campuran lognormal gamma termasuk kedalam distribusi kontinu dengan tiga parameter (μ , α , dan β). Data yang digunakan yaitu data besar klaim pada perusahaan asuransi PT XZ Tahun 2014 mengenai data klaim Partial Loss asuransi kendaraan bermotor untuk wilayah 1 kategori 5. Berdasarkan hasil penerapan distribusi campuran lognormal-gamma disimpulkan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 5 wilayah 1 berasal dari populasi yang berdistribusi campuran lognormal-gamma.

Kata Kunci: *Asuransi, Besar Klaim, Distribusi Campuran Lognormal-Gamma.*

A. Pendahuluan

Seiring berjalannya waktu, laju pertumbuhan kendaraan bermotor di Indonesia terus meningkat setiap tahunnya. Dengan meningkatnya jumlah kendaraan bermotor, kondisi lalu lintas semakin padat dan berpotensi menimbulkan risiko. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), risiko adalah akibat yang tidak konsekuensi yang tidak menyenangkan dari suatu tindakan (membahayakan, merugikan). Seperti halnya risiko yang akan terjadi di jalanan yaitu kemacetan lalu lintas dan kecelakaan, kehilangan dan hal-hal lain yang dapat merugikan seseorang. Maka dari itu untuk mengurangi tingkat kerugian risiko yang terjadi di jalan, sebaiknya pengguna kendaraan menyerahkan pertanggungan risiko tersebut kepada pihak asuransi.

Premi asuransi merupakan biaya yang dibayarkan tertanggung kepada penanggung untuk biaya risiko. Jika tertanggung mengalami risiko, maka penanggung akan mengganti kerugian sesuai dengan kesepakatan yang terdapat dalam polis. (perjanjian tertulis) asuransi disebut sebagai klaim.

Menurut [3], “Asuransi atau pertanggungan adalah suatu perjanjian yang dilakukan seorang penanggung yang mengikatkan diri kepada seorang tertanggung, dengan menerima suatu premi untuk memberikan penggantian kepadanya karena suatu kerusakan atau kehilangan keuntungan yang mungkin akan dideritanya karena suatu peristiwa yang tak tertentu”. Perusahaan asuransi kendaraan bermotor banyak yang menawarkan produk asuransi kerugian dalam kendaraan bermotor, karena kendaraan bermotor merupakan barang jangka panjang seumur hidup, maka asuransi kendaraan bermotor memberikan pertanggungan berupa ganti rugi atas kehilangan dan kerusakan kendaraan bermotor akibat tabrakan, kebakaran dan pencurian.

Menurut [2] asuransi kendaraan bermotor adalah produk asuransi kerugian yang melindungi tertanggung dari risiko kerugian yang mungkin timbul akibat kepemilikan dan penggunaan kendaraan bermotor. Oleh karena itu asuransi kendaraan bermotor memberikan manfaat berupa pemberian ganti rugi atas kerugian dan atau kerusakan pada kendaraan bermotor yang disebabkan oleh tabrakan, terperosok, perbuatan jahat, pencurian, dan kebakaran. Salah satu kegiatan penting dalam asuransi kendaraan bermotor adalah menghitung besarnya premi yang akan dibebankan kepada pemegang polis [1]. Dalam asuransi terdapat istilah tertanggung dan penanggung yaitu, tertanggung adalah seorang atau sekelompok orang yang membayar premi untuk jaminan terhadap perlindungan yang akan diterima. Sedangkan untuk penanggung adalah instansi atau suatu kelompok yang menerima premi dan mempunyai kewajiban untuk melindungi dan memenuhi hak tertanggung.

Pada asuransi kendaraan bermotor terdapat dua jenis perlindungan asuransi kendaraan bermotor pertama jenis perlindungan Total Loss Only (TLO) atau kerugian total dimana memberikan jaminan ganti rugi pada kendaraan bermotor apabila kerusakannya mencapai lebih dari atau sama dengan 75% dari harga kendaraan. Lalu untuk jenis perlindungan yang kedua yaitu Comprehensive atau risiko gabungan dimana jaminan risiko pada kendaraan bermotor dengan dua kemungkinan yaitu total loss yang hanya dapat mengajukan klaim sebanyak satu kali dan partial loss dengan kurang dari 75% nilai klaimnya dari harga kendaraan tetapi dapat diajukan lebih dari satu kali nilai klaimnya.

Secara statistik, besar premi dapat dihitung dengan terlebih dahulu memodelkan data besar klaim dan data frekuensi klaim pemegang polis. Besar klaim dimodelkan oleh distribusi-distribusi kontinu seperti lognormal, gamma, eksponensial, Weillbull dan Pareto. Sedangkan, frekuensi kalim dimodelkan oleh distribusi-distribusi diskrit standar seperti Poisson, geometric dan binomial negatif.

Merujuk pada penelitian terdahulu [5] untuk memodelkan data besar klaim peneliti menggunakan distirbusi Pareto yang memiliki peran penting dalam penentuan risiko asuransi, dengan hasil penelitiannya bahwa data besar klaim berdistribusi Pareto sehingga dapat digunakan untuk penerapan perhitungan premi asuransi. Selain menggunakan distribusi Pareto, pemodelan data besar klaim dapat dilakukan dengan memperhitungkan ambang batas diasumsikan nilai ekstrim [4], pemilihan nilai ambang batas ini memiliki fungsi untuk memperkirakan cadangan jika terjadinya klaim dalam jumlah yang besar atau ekstrim, dengan hasilnya menunjukkan bahwa datanya mencukupi. Pada penelitian ini akan menggunakan distribusi campuran lognormal-

gamma. Distribusi campuran lognormal-gamma termasuk ke dalam distribusi kontinu dengan tiga parameter ($\mu, \alpha,$ dan β). Data yang digunakan yaitu data besar klaim pada perusahaan asuransi PT XZ Tahun 2014 mengenai data klaim Partial Loss asuransi kendaraan bermotor pada kategori 5 wilayah 1 merupakan kendaraan jenis angkutan penumpang.

B. Metodologi Penelitian

Distribusi Besar Klaim

Distribusi besar klaim sering dimodelkan dalam asuransi kerugian kendaraan bermotor. Besar klaim adalah besarnya pembayaran yang diberikan oleh perusahaan asuransi untuk menggantikan kerugian yang di klaim oleh pemegang polis asuransi.

Distribusi Gamma

Suatu peubah acak Λ dikatakan berdistribusi gamma dengan parameter bentuk $\alpha > 0$ dan parameter $\beta > 0$, jika mempunyai fungsi densitas peluang sebagai berikut:

$$\pi(\lambda) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}, \quad \lambda > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \tag{2.1}$$

Nilai ekspektasi dan varians dari distribusi gamma masing-masing adalah:

$$E(\Lambda) = \frac{\alpha}{\beta} \tag{2.2}$$

$$V(\Lambda) = \frac{\alpha}{\beta^2} \tag{2.3}$$

Distribusi Lognormal

Misalkan X adalah suatu peubah acak yang berdistribusi lognormal dengan parameter λ , dimana $\lambda = \frac{1}{\sigma^2}$, maka fungsi densitas peluang sebagai berikut:

$$f(x|\lambda) = \frac{\sqrt{\lambda}}{x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\lambda}{2}(\ln x - \mu)^2}, \quad x > 0, \mu > 0, \lambda > 0 \tag{2.4}$$

Ekspektasi dan varians masing-masing adalah:

$$E(X) = e^{\mu + \frac{1}{2\lambda}} \tag{2.5}$$

$$V(X) = e^{2\mu + \frac{1}{\lambda}} \tag{2.6}$$

Distribusi campuran lognormal-gamma

Distribusi campuran lognormal-gamma merupakan distribusi campuran dari distribusi lognormal dan gamma. Fungsi kepadatan peluang dari distribusi campuran lognormal-gamma diberikan sebagai berikut:

$$f(x) = \int_0^\infty f(x|\lambda)\pi(\lambda)d\lambda = \frac{\beta^\alpha \Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{x\sqrt{2\pi} (\beta + \frac{1}{2}(\ln x - \mu)^2)^{\alpha + \frac{1}{2}}}, \quad x > 0, \alpha > 0 \text{ dan } \beta > 0 \tag{2.7}$$

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi campuran lognormal-gamma

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \frac{\beta^\alpha}{t\sqrt{2\pi}\Gamma(\alpha)} \frac{\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{(\beta + \frac{1}{2}(\ln t - \mu)^2)^{\alpha + \frac{1}{2}}} dt \tag{2.8}$$

Estimasi Maximum Likelihood

Taksiran parameter untuk distribusi campuran lognormal-gamma menggunakan estimasi *maximum likelihood* dengan fungsi *likelihood* nya diberikan sebagai berikut:

$$L(f(x)) = \prod_{i=1}^n f(x)$$

$$L(\alpha, \beta, \mu; x_i) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\beta^\alpha \Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{x\sqrt{2\pi} \left(\beta + \frac{1}{2}(\ln x - \mu)^2\right)^{\alpha + \frac{1}{2}}} \right] \tag{2.9}$$

Fungsi *log-likelihood* nya

$$\ln L(\delta; k_i) = \sum_{i=1}^n \ln \left[\frac{\beta^\alpha \Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{x\sqrt{2\pi} \left(\beta + \frac{1}{2}(\ln x - \mu)^2\right)^{\alpha + \frac{1}{2}}} \right]$$

$$= n \left[\alpha \ln \beta + \ln \Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) - \ln \sqrt{2\pi} - \ln \Gamma(\alpha) \right]$$

$$- \sum_{i=1}^n \ln x_i - \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \sum_{i=1}^n \ln \left(\beta + \frac{1}{2}(\ln x - \mu)^2\right)$$
(2.10)

Karena tidak terdapat solusi analitik untuk memperoleh taksiran parameter μ, α, β dari distribusi lognormal gamma menggunakan metode kemungkinan maksimum, maka metode numerik dapat digunakan untuk memperoleh taksiran parameter μ, α, β . Salah satu metode numerik yang dapat digunakan yaitu metode iterasi Newton Raphson.

Menyusun Data

Data penelitian yang digunakan dalam penelitian skripsi ini merupakan data sekunder hasil pencatatan yang diperoleh dari perusahaan asuransi di Indonesia. Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu mengenai data besar klaim pada perusahaan asuransi PT XZ Tahun 2014 mengenai data klaim *Partial Loss* asuransi kendaraan bermotor kategori 5 wilayah 1 yang merupakan jenis kendaraan angkutan penumpang. Data untuk wilayah 3 (Papua, Maluku, Bali, dan sekitarnya). Data disajikan dalam Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Data Besar Klaim *Partial Loss* Kategori 5 Wilayah 1

No. Tertanggung	Besar Klaim (Rupiah)
1	2.761.000
2	9.030.750
3	4.800.000
4	4.395.000
5	6.072.000
6	800.000
7	2.004.5000
8	8.225.000
9	3.055.000
10	2.300.000
⋮	⋮
185	4.249.800

Sumber: Perusahaan Asuransi PT XZ Tahun 2014

Uji Kolmogorov -Smirnov

Uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah uji *Goodness of fit* (kecocokan) model peubah acak kontinu untuk melihat apakah suatu sebaran data dalam penelitian termasuk kedalam suatu sebaran data

pada distribusi campuran lognormal-gamma. Rumusan hipotesis untuk uji *Kolmogorov-Smirnov* diberikan oleh:

1. Merumuskan Hipotesis Penelitian
 H_0 : data besar klaim berasal dari populasi berdistribusi campuran lognormal-gamma.
 H_1 : data besar klaim bukan berasal dari populasi berdistribusi campuran lognormal-gamma.
2. Mencari nilai awal taksiran parameter μ dari distribusi campuran lognormal gamma, yaitu nilai parameter μ dengan distribusi lognormal menggunakan perangkat lunak Matlab R2017b
3. Mencari nilai awal taksiran parameter α dan β menggunakan bootstrap
4. Menghitung taksiran parameter distribusi lognormal gamma menggunakan metode iterasi Newton Rapshon
5. Mengurutkan data besar klaim kendaraan bermotor dari nilai terkecil ke terbesar
6. Menghitung fungsi distribusi empirik untuk setiap pengamatan ke- i
7. Menghitung fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi campuran menggunakan Persamaan 2.2
8. Menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov menggunakan rumus sebagai berikut

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} |F_n(x_i) - F^*(x_i)| \tag{2.6}$$

Dimana $F_n(x_i)$ merupakan fungsi distribusi kumulatif empiris dan $F^*(x_i)$ merupakan fungsi distribusi kumulatif teoritis. Kriteria pengujiannya yaitu $D_{hitung} > D_{tabel}$ maka hipotesis nol ditolak, kesimpulan yang didapatkan bahwa data bukan berasal dari suatu populasi berdistribusi $F(.)$. Nilai kritis untuk Nilai uji kritis untuk D_{tabel} disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov

Taraf Signifikansi (α)	0,10	0,05	0,01
Nilai Kritis	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$

Sumber: Klugman dkk (2012)

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Uji Kecocokan Distribusi Campuran Lognormal Gamma

Uji kecocokan distribusi campuran lognormal-gamma untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 5 wilayah 1 di Indonesia menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesisnya diberikan sebagai berikut:

H_0 : data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 5 wilayah 1 di perusahaan asuransi PT XZ Tahun 2014 berasal dari populasi berdistribusi campuran lognormal-gamma.

H_1 : data besar klaim asuransi kendaraan bermotor kategori 5 wilayah 1 di perusahaan asuransi PT XZ bukan berasal dari populasi berdistribusi campuran lognormal-gamma.

Statistik uji untuk hipotesis di atas ada dalam Persamaan (2.6). untuk membantu menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov, dihitung nilai-nilai sebagaimana yang ada dalam Tabel 2 pada kolom (1) menjelaskan urutan data, kolom (2) memuat data besar klaim tertanggung asuransi kendaraan bermotor di Indonesia Kategori 5 wilayah 1 yang sudah diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar, kolom (3) merupakan nilai fungsi distribusi empirik dari data besar klaim tertanggung, kolom (4) merupakan nilai fungsi distribusi kumulatif dari distribusi campuran lognormal gamma. Untuk menghitung nilai yang ada di kolom (4) digunakan Persamaan (2.2) dan dibutuhkan nilai taksiran parameter μ , α , dan β dari distribusi campuran lognormal gamma. Namun sebelum menentukan nilai taksiran parameter dari distribusi campuran lognormal gamma harus mencari terlebih dahulu nilai awal parameter menggunakan software Matlab R2017b. Dengan menggunakan bantuan software Matlab

R2017b yang terdapat package untuk distribusi campuran lognormal-gamma maka diperoleh taksiran awal parameter distribusi campuran lognormal gamma disajikan pada tabel sebagai berikut:

Tabel 3. Taksiran Awal Parameter Distribusi Lognormal Gamma Menggunakan software Matlab R2017b

Wilayah	$\hat{\mu}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
1	15,0819	56,2682	87,7193

Selanjutnya untuk menaksir parameter distribusi campuran lognormal gamma menggunakan software Rstudio diperoleh nilai taksiran parameter

Tabel 4. Taksiran Awal Parameter Distribusi Lognormal Gamma Menggunakan software Rstudio

Wilayah	$\hat{\mu}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
1	15,0819	56,56865	87,69353

diperoleh nilai statistic uji kecocokan pada distribusi campuran lognormal-gamma yaitu sebagai berikut:

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} |F_n(x_i) - F^*(x_i)| = 0,0534$$

Dengan taraf nyata $\alpha = 0.05$ maka dilihat dari tabel 5 diperoleh nilai uji kritisnya setiap wilayah disajikan dalam tabel 5 sebagai berikut

Tabel 5. Nilai Uji Kritis

Wilayah	1
Nilai kritis	$\frac{1,36}{\sqrt{185}} = 0,0938$

Terlihat bahwa untuk wilayah 1 nilai statistic uji Kolmogorov-Smirnov lebih kecil dibandingkan nilai kritisnya maka hipotesis nol diterima. Kesimpulannya bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor Kategori 5 Wilayah 1 di Indonesia berasal dari populasi yang berdistribusi campuran lognormal-gamma.

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari menerapkan distribusi campuran lognormal-gamma pada data besar klaim asuransi kendaraan bermotor pada perusahaan asuransi PT XZ Tahun 2014 Kategori 5 Wilayah 1 (Sumatera dan Kepulauan disekitarnya) berasal dari populasi yang berdistribusi campuran lognormal-gamma.

Acknowledge

Penulis mengucapkan terima kasih dengan segala kerendahan diri kepada:

1. Allah SWT atas rahmat serta hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan penelitian ini.
2. Orang tua, keluarga, dan kerabat yang selalu mendukung dari segi moral maupun materi.
3. Keluarga besar Statistika Unisba atas segala dukungan dan semangat.
4. Kepada pihak yang tidak disebutkan tetapi memberikan kontribusi dalam penyusunan penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Yusuf, D, Mutaqin, Aceng Komarudin. (2021). *Pemodelan Distribusi Pareto untuk Data Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia*. Prosiding Statistika.
- [2] Grize, Y.L. (2015). *Applications of Statistics in the field of general insurance: An overview*. International Statistical Review. 83(1), 135-159.
- [3] Kania, Dewi Sekar, Mutaqin, Aceng Komarudin. (2022). *Perhitungan Premi Risiko Asuransi Kendaraan Bermotor Berdasarkan Data Frekuensi dan Besar Klaim*. Jurnal

- Riset Statistika 2(2). 111-118.
- [4] Kementerian Keuangan. (2007). *Peraturan Menteri Keuangan Nomor 74/PMK.010/2007: Tentang Penyelenggaraan Pertanggungjawaban Asuransi Pada Lini Usaha Asuransi Kendaraan Bermotor*. Jakarta: Kemenkeu.
 - [5] Kitab Undang-Undang Hukum Dagang (KUHD). Bab IX Tentang Asuransi atau Pertanggungjawaban pada Umumnya, Pasal 246.
 - [6] Safira, R. P., Mutaqin, Aceng Komarudin. (2021). *Perhitungan Ambang Batas Menggunakan Metode Heuristik untuk Data Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor*. Prosiding Statistika, Volume 7, No.1.