

Diagram Kendali $\bar{X}$ Exponentially Weighted Moving Average yang Meminimalkan Median Run Length pada Data Panjang Pewarna Plastik

Shania Wilda Fitris*, Suliadi

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*shaniawildaf@gmail.com, suliadi@gmail.com

Abstract. The main purpose of statistical quality control is to quickly investigate whether special causes or process shifts has occurred so that an investigation of the process and corrective action can be taken. One of the tools for statistical quality control is the control chart. The tool that can be used to measure the performance of the control chart is the average run length (ARL). The disadvantage is that the run length distribution is skewed when the process is in control or slightly out of control, thus ARL's interpretation of the performance of the control chart is less meaningful. You et al. (2016) introduced EWMA control chart based on the median run length (MRL), that is the $\bar{X}$ EWMA control chart that minimizes the median run length (MRL) and expected median run length (EMRL). This method is more informative and reliable and is not affected by the slope of the run length distribution compared to ARL. In this study we applied the method to the plastic colorant length data of Company X. From the research conducted, it was concluded that plastic colorant length data of Company X was statistically in control both in phase-I and phase-II data.

Keywords: *Exponentially Weighted Moving Average, $\bar{X}$ Exponentially Weighted Moving Average, Median Run Length, Expected Median Run Length.*

Abstrak. Tujuan utama dari pengendalian kualitas statistik yaitu menyelidiki dengan cepat apakah terjadi penyebab khusus atau pergeseran proses sedemikian sehingga penyelidikan terhadap proses tersebut dan tindakan perbaikan dapat dilakukan. Salah satu alat untuk pengendalian kualitas statistik yaitu diagram kendali. Alat yang bisa digunakan untuk melihat kinerja diagram kendali adalah *average run length* (ARL). Kelemahannya adalah distribusi *run length* miring ketika proses *in control* atau sedikit *out of control*, sehingga interpretasi ARL mengenai kinerja dari diagram kendali kurang berarti. Maka You dkk. (2016) memperkenalkan alternatif dari penggunaan diagram kendali EWMA berdasarkan *median run length* (MRL), yaitu menggunakan diagram kendali $\bar{X}$ EWMA yang meminimalkan *median run length* (MRL) dan *expected median run length* (EMRL), karena metode ini lebih informatif dan reliabel serta tidak dipengaruhi oleh kemiringan distribusi *run length* dibandingkan menggunakan ARL. Dalam penelitian ini kami menerapkan metode tersebut terhadap data panjang pewarna plastik Perusahaan X. Dari penelitian yang dilakukan disimpulkan bahwa data panjang pewarna plastik Perusahaan X terkendali secara statistik baik pada data fase-I maupun data fase-II.

Kata Kunci: *Exponentially Weighted Moving Average, $\bar{X}$ Exponentially Weighted Moving Average, Median Run Length, Expected Median Run Length.*

A. Pendahuluan

Dalam strategi bisnis penting sekali untuk dapat mengendalikan dan meningkatkan kualitas. Metode statistik dan analitik adalah metode yang berguna untuk membantu dalam meningkatkan kualitas dan performa dari suatu proses. Dengan persaingan yang semakin ketat, peranan kualitas produk akan semakin besar sehingga tidak dapat diabaikan apabila perusahaan ingin mendapatkan perkembangan yang positif di masa yang akan datang. Perusahaan X merupakan perusahaan yang bergerak dalam bidang industri manufaktur bahan kimia. Untuk meningkatkan kualitas produknya perusahaan melakukan pengendalian kualitas produk agar kegiatan produksi dapat berjalan dengan baik dan lancar. Perusahaan menetapkan standar tertentu untuk setiap produknya, di mana setiap sampel yang diambil dilakukan pengujian untuk dapat mengetahui apakah produk yang dihasilkan sudah sesuai dengan standar yang telah ditentukan. Salah satu produk yang dihasilkan oleh Perusahaan X ialah pewarna plastik, pewarna plastik adalah senyawa kimia yang digunakan untuk mewarnai plastik. Dari pengamatan di lapangan terdapat pewarna plastik yang tidak sesuai dengan standar yang ditentukan. Untuk itu akan dilakukan pengontrolan proses untuk melihat apakah proses produksi pewarna plastik berjalan normal ataukah tidak.

Statistical process control (SPC) adalah alat yang tepat untuk memantau suatu proses. Teknik utama yang digunakan dalam SPC ialah diagram kendali yang digunakan secara luas dikarenakan kesederhanaannya dan fokus dalam mendeteksi pergeseran pada rata-rata proses ($\bar{X}$). Ukuran umum untuk menilai kinerja diagram kendali adalah nilai ekspektasi (rata-rata) dari distribusi *run length*. Untuk *Average Run Length in control* (ARL_0) tertentu, diagram kendali didesain untuk meminimalkan *out of control* dari ARL (ARL_1). Tetapi, banyak peneliti yang mengkritik penggunaan ARL sebagai ukuran kinerja. Hal ini dikarenakan, bentuk distribusi *run length* dipengaruhi oleh pergeseran rata-rata proses yang sangat miring ke kanan ketika proses *in control* (Teoh dkk., 2014). Karena distribusi *run length* miring ketika proses *in control* atau sedikit *out of control*, interpretasi ARL mengenai kinerja dari diagram menjadi kurang berarti. You dkk. (2016) mengajukan sebuah pendekatan *median run length* (MRL) dan *expected median run length* (EMRL) sebagai pengganti *average run length* (ARL) dan *expected average run length* (EARL) dan menerapkan pada diagram kendali $\bar{X}$ EWMA dengan parameter proses yang diestimasi. Pada metode yang diajukan oleh You dkk. (2016) diagram kendali dibangun berdasarkan MRL dan EMRL. Chakraborti (2007) mengatakan bahwa persentil dari distribusi *run length*, MRL, merupakan ukuran kinerja yang lebih informatif dan reliabel karena tidak terpengaruh terhadap kemiringan dari distribusi *run length*.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk menerapkan metode diagram kendali $\bar{X}$ *exponentially weighted moving average* yang meminimalkan *out of control* MRL (MRL_1) ketika parameter proses diestimasi terhadap data panjang pewarna plastik Perusahaan X.

B. Metodologi Penelitian

Uji Normalitas

Langkah pertama dalam penelitian ini adalah menguji kenormalan data. Hal ini disebabkan diagram kendali $\bar{X}$ EWMA mengasumsikan bahwa data berasal dari distribusi normal. Salah satu uji statistik normalitas yang dapat digunakan yaitu uji Kolmogorov-smirnov (Massey, 1951), dengan hipotesis ujinya adalah:

H_0 = Data berdistribusi normal

H_1 = Data tidak berdistribusi normal

Dengan statistik uji:

$$D_{Hitung} = \max |S_n(x) - F_0(x)| \quad (1)$$

di mana:

$$\begin{aligned} D_{Hitung} &= \text{Deviasi maksimum} \\ \max |S_n(x) - F_0(x)| &= \text{Nilai terbesar dari selisih mutlak } F_0(x) \text{ dan } S_n(x) \\ F_0(x) &= \text{Probabilitas distribusi kumulatif dari data sampel} \end{aligned}$$

$S_n(x)$ = Probabilitas distribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal

Kriteria ujinya adalah jika $D_{Hitung} < D_{\alpha,n}$ (tabel) atau $P_{value} > \alpha$ maka H_0 diterima dan sebaliknya jika $D_{Hitung} > D_{\alpha,n}$ (tabel) atau $P_{value} < \alpha$ maka H_0 ditolak dan H_1 diterima.

Diagram Kendali Fase-I

Diagram kendali fase-I dipergunakan untuk menduga parameter proses. Parameter proses harus diduga dari proses yang terkendali. Oleh karena itu, pada fase ini, jika terdapat pengamatan yang tidak terkendali maka pengamatan tersebut dibuang dan batas-batas kendali dihitung ulang sampai semua titik pengamatan terkendali. Diagram kendali fase-I yang digunakan dalam penelitian ini adalah diagram kendali $\bar{X}$ bonferroni-adjusted dan diagram kendali S bonferroni-adjusted.

Diagram Kendali $\bar{X}$ Bonferroni-adjusted

Misalkan terdapat m titik pengamatan dan setiap titik pengamatan diambil sampel berukuran n , dan data yang diperoleh pada pengamatan ke- i ulangan ke- j adalah X_{ij} . Pusat diagram kendali, batas kendali bawah, dan batas kendali atas untuk diagram kendali bonferroni-adjusted adalah pada persamaan (2) dan (3) (You dkk, 2016):

$$\text{Pusat} = \bar{\bar{X}} = \hat{\mu}_0 \quad (2)$$

$$\text{BKB/BKA} = \bar{\bar{X}} \pm Z_{FAP/2m} \frac{(\bar{S}/c_4)}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Dengan $\bar{X} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} / n$. $\bar{\bar{X}} = \sum \bar{X} / m$. $S = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2 / n}$. $\bar{S} = \sum S / m$.

Nilai c_4 adalah faktor pengali diagram kendali untuk nilai *false alarm* sebesar α . Nilai FAP (*false alarm probability*) adalah $1 - (1 - \alpha)^{2m}$. Sedangkan nilai Z didefinisikan sebagai persentil ke 100 dari standar normal distribusi.

Diagram Kendali S Bonferroni-adjusted

Pusat diagram kendali, batas kendali bawah, dan batas kendali atas untuk diagram kendali *bonferroni-adjusted* adalah pada persamaan (4) dan (5) (You dkk, 2016):

$$\text{Pusat} = \bar{S} \quad (4)$$

$$\text{BKB/BKA} = \bar{S} \pm Z_{FAP/2m} \sqrt{1 - c_4^2} \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (5)$$

Diagram Kendali $\bar{X}$ EWMA dengan Parameter Proses Diketahui

Implementasi diagram kendali $\bar{X}$ EWMA tidak langsung dilakukan terhadap $\bar{X}$ tetapi melalui persamaan (6) (You dkk, 2016).

$$Z_u = \lambda Y_u + (1 - \lambda) Z_{u-1}, \text{ untuk } u = 1, 2, \dots \quad (6)$$

di mana konstanta λ ($0 < \lambda \leq 1$) adalah *smoothing constant* (Jones dkk., 2001) dan

$$Y_u = \frac{\bar{X}_u - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \quad (7)$$

Nilai awal dari Z adalah $Z_0 = E(Y_u) = 0$, $\bar{X}_u$ merupakan rata-rata sampel ke u . Data diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata proses dalam keadaan in control yaitu μ_0 dan standar deviasi dalam keadaan in control σ_0 , di mana μ_0 dan σ_0 diasumsikan diketahui. Batas kendali bawah dan batas kendali atas dari diagram kendali $\bar{X}$ EWMA adalah pada persamaan (8).

$$\text{BKB/BKA} = \pm K \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \quad (8)$$

Di mana $K(> 0)$ merupakan *width constant*. Untuk nilai λ dan K You dkk. (2016) telah menyediakan tabel yang berisi *optimal charting parameters* (λ, K) dengan m, n , dan δ yang telah ditentukan.

Diagram Kendali $\bar{X}$ EWMA dengan Parameter Proses Tidak Diketahui

Jika parameter proses tidak diketahui, maka parameter ini dapat diduga dengan menggunakan data yang terkendali. Pemeriksaan data yang terkendali ini dilakukan pada fase-I. Penduga μ_0 diperoleh melalui persamaan (9).

$$\hat{\mu}_{0,sub} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{i,j} \quad (9)$$

di mana m dan n masing-masing adalah banyak pengamatan dan banyaknya ulangan yang diperoleh pada fase-I. Sedangkan penduga bagi σ_0 menurut (Jones dkk., 2001) pada persamaan (10).

$$\hat{\sigma}_{0,sub} = \frac{S_p}{c_{4,m}} \quad (10)$$

dengan

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (X_{i,j} - \bar{X}_i)^2} \quad (11)$$

dan

$$c_{4,m} = \frac{\sqrt{2} \Gamma(\frac{m(n-1)+1}{2})}{\sqrt{m(n-1)} \Gamma(\frac{m(n-1)}{2})} \quad (12)$$

di mana $\Gamma(\cdot)$ adalah fungsi gamma.

Ketika parameter proses diestimasi μ_0 dan σ_0 pada persamaan (7) digantikan oleh $\hat{\mu}_{0,sub}$ dan $\hat{\sigma}_{0,sub}$ pada persamaan (9) dan (10). Yang diplotkan pada diagram kendali EWMA pada fase-II ialah nilai Z_u pada persamaan (6). BKA/BKB dihitung dengan persamaan (8) dan pusat bernilai nol. δ yang digunakan pada artikel ini sebesar 0,2 karena dipertimbangkan sebagai diagram kendali $\bar{X}$ EWMA efisien dalam mendeteksi pergeseran proses yang kecil. Untuk sample size 1,2,...,5 You dkk. (2016) telah menyediakan tabel yang berisi optimal charting parameters (λ', K') untuk m, n , dan δ yang telah ditentukan. Pada penerapan fase-II λ dan K pada persamaan (6) dan (8) diganti oleh λ' dan K' yang merupakan λ dan K yang optimal yang meminimumkan MRL_1 .

Pewarna Plastik

Pewarna plastik dengan jenis masterbatch adalah pewarna plastik dalam bentuk pellet (biji-bijian). Pigmen diremas di dalam dengan konsentrasi tinggi. Mudah untuk mengubah warna dengan menyesuaikan jumlah pencampuran dengan pellet alami. Masterbatch menampilkan disperse yang sangat baik dan pewarnaan yang merata serta indah. Dan tidak perlu khawatir mengenai hamburan dan kontaminasi mesin dan material, serta masterbatch mudah untuk ditangani. Masterbatch mengungguli colored pellets dalam hal biaya.

Data

Data yang digunakan merupakan data sekunder berupa data pengukuran pewarna plastik dengan jenis pewarna plastik yaitu masterbatch sebanyak 55 sampel dengan satuan millimeter (mm) dengan lima unit untuk tiap pengukurannya. Pengukuran data dilakukan dari tanggal 29 Juni hingga 29 Juli 2020 dengan kode machine 75 mm. Pengukuran data menggunakan alat ukur bernama digimatic caliper. Pengukuran dilakukan dalam satu setengah jam sekali.

Prosedur Penelitian

Teknik pengolahan data menggunakan Minitab 17 dan Excel. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Digunakan data panjang pewarna plastik dengan satuan mm. Diambil sampel sebanyak 40 sampel untuk fase-I dan 15 sampel untuk fase-II.
2. Memeriksa kenormalan data sampel fase-I,
3. Untuk fase-I dilakukan dengan langkah-langkah berikut:
 - a. Memastikan sampel pada fase-I sudah terkendali atau tidak dengan membuat diagram kendali $\bar{X}$ bonferroni adjusted dengan persamaan (2) dan (3) dan membuat

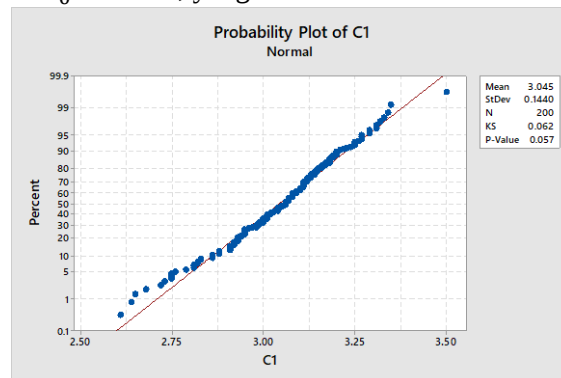
diagram kendali S bonferroni adjusted dengan persamaan (4) dan (5). Jika terdapat titik yang tidak terkendali maka titik tersebut dibuang.

- b. Setelah semua titik terkendali maka hitung $\hat{\mu}_{0,sub}$ dengan persamaan (9) dan menghitung $\hat{\sigma}_{0,sub}$ dengan persamaan (10).
4. Untuk fase-II dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Tentukan optimal charting parameters yaitu (λ', K') sesuai dengan m, n , dan δ yang digunakan.
 - b. Membuat diagram kendali EWMA untuk data sampel fase-II, yang diplotkan ialah Z_u yang dihitung menggunakan persamaan (6) dengan BKA/BKB yang dihitung menggunakan persamaan (8) dengan pusat bernilai nol.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Normalitas Data

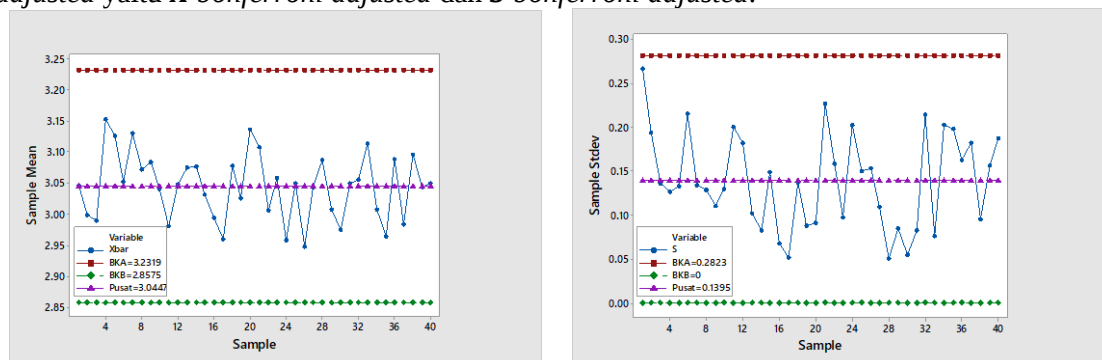
Uji normalitas juga dilakukan dalam memenuhi asumsi distribusi normal diagram kendali $\bar{X}$ EWMA. Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov Smirnov. Pada pengujian ini diperoleh nilai $D_{Hitung} = 0,062$ dan $D_{0,05;200} (tabel) = 0,096$. Dikarenakan $D_{Hitung} < D_{0,05;200}$ maka H_0 diterima, yang berarti data berdistribusi normal.



Gambar 1. Normalitas Data Sampel Fase-I

Diagram Kendali Fase-I

Diagram kendali yang digunakan pada fase ini adalah diagram kendali *bonferroni adjusted* dengan menggunakan $\delta = 0,2$ dan $MRL_0 = 261$, serta $m = 40$ dengan sample size $n = 5$ didapatkan $\bar{X} = 3,0447$ dan $\bar{S} = 0,1395$. Terdapat dua jenis diagram kendali *bonferroni adjusted* yaitu $\bar{X}$ *bonferroni adjusted* dan S *bonferroni adjusted*.



Gambar 2. Diagram Kendali Bonferroni-Adjusted

Dengan menggunakan $\alpha = 0,0027$ didapatkan FAP sebesar 0,1945 dan nilai $Z_{0,002431}$ yang didapatkan sebesar 2,82. Berdasarkan ukuran-ukuran tersebut nilai c_4 (Besterfield, 1994) yang digunakan sebesar 0,94. Sehingga untuk $\bar{X}$ *bonferroni adjusted* didapatkan nilai pusat sebesar 3,0447 dan nilai BKB sebesar 2,8575 dan BKA sebesar 3,2319. Sedangkan untuk S

bonferroni adjusted didapatkan nilai pusat sebesar 0,1395 dan nilai BKB sebesar 0,00 dan BKA sebesar 0,2823. Diagram kendali fase-I dapat dilihat pada Gambar 2. Dari Gambar 2 dapat disimpulkan bahwa data fase-I baik pada diagram kendali $\bar{X}$ *bonferroni adjusted* maupun S *bonferroni adjusted* terkendali dikarenakan tidak ada titik pengamatan yang keluar dari batas kendali atas maupun batas kendali bawah. Sehingga parameter proses dapat dihitung berdasarkan data dari fase-I. Dari data fase-I didapatkan parameter proses yaitu $\hat{\mu}_{0,sub}$ dan $\hat{\sigma}_{0,sub}$ dari perhitungan data fase-I masing-masing sebesar 3,0447 dan 0,1497 yang akan digunakan untuk perhitungan diagram kendali fase-II.

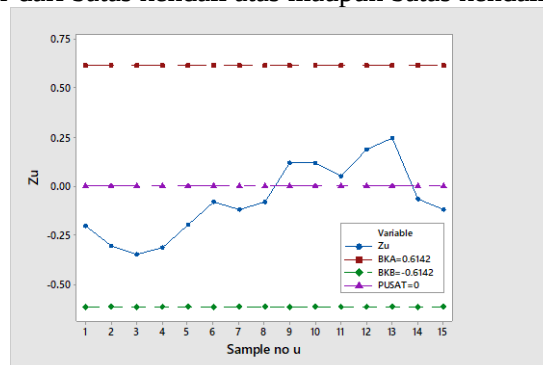
Diagram Kendali Fase-II

Data yang digunakan untuk fase-I sudah terkendali sehingga data fase-I dapat digunakan untuk menentukan parameter proses. Parameter proses yaitu $\hat{\mu}_{0,sub}$ dan $\hat{\sigma}_{0,sub}$ yang didapat dari perhitungan data fase-I dapat digunakan untuk menghitung nilai Y_u . Sehingga dapat dihitung diagram kendali $\bar{X}$ EWMA untuk data sampel fase-II. Berikut merupakan hasil perhitungan data sampel fase-II berdasarkan *median run length* yang diringkas dalam bentuk Tabel 1.

Tabel 1. Perhitungan Data Sampel Fase-II

$\bar{X}_u$	Y_u	Z_u
2,878	-2,48998	-0,20244
2,948	-1,4444	-0,30341
2,986	-0,8768	-0,35002
3,05	0,079165	-0,31513
3,12	1,124747	-0,19807
3,128	1,244242	-0,08081
3,008	-0,54818	-0,11881
3,068	0,348029	-0,08085
3,202	2,349572	0,116741
3,054	0,138913	0,118544
2,996	-0,72743	0,049766
3,16	1,722223	0,185737
3,104	0,885757	0,242649
2,808	-3,53556	-0,06452
2,996	-0,72743	-0,11841

Optimal charting parameters MRL diagram $\bar{X}$ EWMA untuk $m = 40$, $n = 5$, dan $\delta = 0, 2$, diperoleh $(\lambda', K') = (0,0813 ; 2,9838)$ (You dkk, 2016). BKB serta BKA dari diagram $\bar{X}$ EWMA dengan parameter proses yang diduga dihitung menggunakan persamaan (8) dengan mengganti (λ, K) menjadi (λ', K') didapatkan hasil sebesar $\pm 0,6142$ dengan diagram $\bar{X}$ EWMA yang terkendali dalam Gambar 3. Gambar 3 dikatakan terkendali dikarenakan semua titik pengamatan berada dalam batas kendali atas maupun batas kendali bawah, tidak ada titik pengamatan yang keluar dari batas kendali atas maupun batas kendali bawah.



Gambar 3. Diagram Kendali $\bar{X}$ EWMA Fase-II Median Run Length

D. Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang dilakukan maka dapat disimpulkan bahwa data panjang pewarna plastik Perusahaan X menggunakan diagram kendali $\bar{X}$ EWMA *median run length* terkendali dikarenakan semua titik berada dalam batas kendali atas maupun batas kendali bawah. Maka dapat dinyatakan bahwa sistem *quality control* yang digunakan oleh Perusahaan X telah bekerja dengan baik.

Acknowledge

Penulis berterima kasih terhadap seluruh pihak perusahaan yang telah menerima penulis dengan baik dan memperbolehkan penulis menggunakan datanya sebagai data penelitian sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian ini dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] D. H. Besterfield. (2003). *Intisari Pemasaran dan Unsur-unsur Pemasaran*. Quality Control Fourth Edition, New Jersey: Prentice Hall Career & Technology, 1994. Djaslim S. Bandung: Linda Karya.
- [2] F. J. Massey. (1951). *The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit*. Journal of the American Statistical Association, vol. 46, no. 253, pp. 68-78.
- [3] H. You, M. B. Khoo, P. Castagliola and L. Qu. (2016). *Optimal Exponentially Weighted Moving Average Charts With Estimated Parameters Based on Median Run Length and Expected Median Run Length*. International Journal of Production Research, vol. 54, no. 17, pp. 1-22.
- [4] L. A. Jones, C. W. Champ and S. E. Rigdon. (2011). *The Performance of Exponentially Weighted Moving Average Charts With Estimated Parameters*. Technometrics, vol. 43, no. 2, pp. 157-158.
- [5] Nurhayati, Siti, Suliadi. (2022). *Diagram Kendali Multivariat Poisson untuk Pengendalian Kualitas Proses Produksi di PT. X*. Jurnal Riset Statistika 2(1). 58-66.
- [6] S. Chakraborti,. (2007). *Run Length Distribution and Percentiles : The Shewhart Chart With Unknown Parameters*. Quality Engineering, vol. 19, no. 2, p. 120.
- [7] W. Teoh, M. B. Khoo, P. Castagliola and S. Chakraborti. (2014). *Optimal Design of The Double Sampling $\bar{X}$ bar Chart With Estimated Parameters Based on Median Run Length*. Computers & Industrial Engineering, vol. 67, p. 105.