

Deteksi Kerusakan *Bearing* Menggunakan Hotelling T^2

Rejeki Wulan Islamiyati*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*rejekiwulan137@gmail.com, std.darwis@gmail.com

Abstract. Bearing is the main component of the machine, used to support the shaft. in such a way that the shaft rotates smoothly. If the machine is used continuously, it will cause a decrease in engine performance which will result in Bearing damage. The method that will be used in this research is Hotelling T^2 through principal component analysis. The Bearing failure diagnosis will consider statistical features consisting of maximum, minimum, mean, standard deviation, skewness, kurtosis, range, root mean square (RMS), peak-value, crest-factor and shape-factor. Principal component analysis was used to construct the Hotelling T^2 statistic. The data used in this study is secondary data obtained from the NASA website. Two types of damage to Bearings are normal and faulty. Based on the study's results, it can be reduced to six main components using AKU as many as eleven main components. In hypothesis testing, the Bearing is detected as damaged when the T^2 statistic value > 17.057 ($\alpha=1\%$). With a significance level of 1%, 428 samples were detected as faulty Bearings, and the remaining 435 were detected as normal Bearings. The results of detecting Bearings using Hotelling T^2 cannot be used because the predicted data do not match the actual data confirmed by the Hotelling T^2 control chart. In addition, the results of the main component plots and biplots for the two Bearing conditions cannot be separated based on the data pattern. This means that the Hotelling T^2 method cannot be applied and cannot separate the two Bearing conditions.

Keywords: *Damage Detection Inference, Statistical Feature Extraction, T^2 Statistics.*

Abstrak. *Bearing* merupakan komponen utama mesin, digunakan untuk menopang poros. sedemikian rupa agar poros tersebut berputar dengan lancar. Apabila mesin digunakan secara terus menerus akan menyebabkan penurunan kinerja mesin yang akan mengakibatkan kerusakan *Bearing*. Metode yang akan digunakan dalam penelitian adalah Hotelling T^2 melalui analisis komponen utama. Diagnosis kerusakan pada *Bearing* akan mempertimbangkan fitur statistik yang terdiri dari *maximum*, *minimum*, *mean*, standar deviasi, *skewness*, *kurtosis*, *range*, *root mean square* (RMS), *peak-value*, *crest-factor* dan *shape-factor*. Analisis komponen utama digunakan untuk mengkonstruksi statistik Hotelling T^2 . Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari situs NASA. Dua jenis kerusakan pada *Bearing* terdiri dari normal dan rusak. Berdasarkan hasil penelitian, menggunakan AKU sebanyak sebelas komponen utama, dapat direduksi menjadi enam komponen utama. Dalam pengujian hipotesis, *Bearing* terdeteksi rusak ketika nilai statistik $T^2 > 17,057$ ($\alpha = 1\%$). Dengan taraf signifikansi sebesar 1%, didapatkan sebanyak 428 sampel terdeteksi sebagai *Bearing* rusak sisanya sebanyak 435 terdeteksi sebagai *Bearing* normal. Hasil dari mendeteksi *Bearing* menggunakan Hotelling T^2 tidak dapat digunakan karena data hasil prediksi yang tidak sesuai dengan data sesungguhnya yang dikonfirmasi dengan diagram kendali Hotelling T^2 . Selain itu, hasil plot komponen utama serta biplot untuk kedua kondisi *Bearing* tidak dapat dipisahkan berdasarkan pola data. Artinya, metode Hotelling T^2 tidak dapat diterapkan serta tidak dapat memisahkan kedua kondisi *Bearing*.

Kata Kunci: *Inferensi Deteksi Kerusakan, Ekstraksi Fitur Statistik, Statistik T^2 .*

A. Pendahuluan

Bearing atau sering disebut bantalan dalam bahasa Indonesia merupakan bagian terpenting pada mesin. Dengan kata lain *Bearing* merupakan komponen utama pada mesin yang digunakan untuk menopang poros suatu benda dan memutarinya sedemikian rupa agar poros tersebut berputar dengan lancar. Apabila mesin digunakan secara terus menerus maka akan menyebabkan penurunan kinerja mesin tersebut. Keadaan tersebut juga akan mengakibatkan beban mesin untuk berputar menjadi bertambah serta dapat menjadikan gulungan pada mesin tersebut menjadi lebih pendek. Ini akan menjadi alasan paling umum untuk mesin mengalami kerusakan (*breakdown*) secara mendadak. Oleh sebab itu, sangat dianjurkan untuk mendeteksi kondisi *Bearing* sehingga akan memberikan informasi lebih awal mengenai kerusakan dari *Bearing*.

Analisis Komponen Utama (AKU) adalah prosedur yang mentransformasikannya satu set variabel data asli yang saling berkorelasi menjadi satu set variabel data baru yang tidak berkorelasi (5). Berbagai penelitian telah banyak dilakukan dengan menerapkan metode Hotelling T^2 berdasarkan analisis komponen utama untuk mendeteksi kerusakan. Algoritma analisis komponen utama telah diterapkan pada data HIF (*High Impedance Fault*) dimana dari 29 fitur, dapat direduksi menjadi 5 komponen utama. Penelitian Sarwar juga menjelaskan bahwa Hotelling T^2 dapat mendeteksi kerusakan dengan pengujian hipotesis, dimana terdapat 100 data sampel rusak dan 100 data sampel normal (4).

Hotelling T^2 ialah metode yang dapat digunakan dalam salah satu *Multivariate SPC* (*Statistical Process Control*) untuk mendeteksi kerusakan pada data proses multivariat. Selain itu juga, Hotelling T^2 dapat dijelaskan sebagai metode multivariat yang sering digunakan untuk memantau kualitas produk serta mendeteksi kerusakan. Cara mendeteksi kerusakan *Bearing* yaitu dengan melakukan pengujian hipotesis, apabila nilai Hotelling $T^2 > \text{nilai } T_{\alpha}^2$ maka *Bearing* terdeteksi rusak.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Bagaimana menerapkan Hotelling T^2 untuk deteksi *Bearing* normal dan *Bearing* rusak?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sbb.

1. Eksplorasi deteksi kerusakan *Bearing* data vibrasi *Bearing*.
2. Menerapkan Hotelling T^2 untuk deteksi *Bearing* normal dan *Bearing* rusak.

B. Metodologi Penelitian

Data penelitian yang digunakan untuk skripsi ini adalah data sekunder yang didapatkan dari *Prognostics Data Repository of NASA* melalui penyimpanan data oleh J. Lee, H. Qiu, G. Yu, J. Lin, dan Rexnord Technical Services dari *Center for Intelligent Maintenance Systems (IMS)*, *University of Cincinnati*. (PCoE Accessed 2017). Pengujian *Bearing* itu terdiri dari empat *Bearing* yang dipasang pada satu poros. Kecepatan rotasi poros itu dijaga konstan pada 2000 rpm dan beban radial 6000 lbs yang diterapkan ke poros dan *Bearing* dengan mekanisme pegas. *Bearing* yang digunakan yaitu *Bearing* baris ganda Rexnord ZA-2115 yang dipasang pada poros. Setiap *Bearing* terdiri dari 16 rol di setiap baris, diameter *pitch* sebesar 2,815 inci, diameter roller sebesar 0,331 inci, dan sudut kontak meruncing sebesar 15,171. Data vibrasi *Bearing* ini meliputi 3 dataset, dimana dalam penelitian ini hanya mengambil dataset 1 dengan dua jenis *Bearing* yaitu *Bearing* normal dan *Bearing* rusak.

Metode yang akan digunakan pada penelitian ini adalah Hotelling T^2 berbasis komponen utama untuk deteksi kerusakan *Bearing*. Analisis komponen utama (AKU) adalah prosedur matematika yang mentransformasikannya satu set variabel data asli yang saling berkorelasi menjadi satu set variabel data baru yang tidak berkorelasi (5). Kegunaan metode AKU untuk mereduksi dimensi suatu data tanpa mengurangi informasi dari karakteristik data tersebut (1). Berikut penjelasan mengenai prosedur untuk mendapatkan nilai eigen dan vektor eigen:

1. Diketahui sebuah matriks $\mathbf{X}$ berukuran $n \times p$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. Menghitung matriks korelasi dari data menggunakan persamaan (2)

$$r = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\{n \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{n \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}} \quad (2)$$

3. sehingga akan mendapatkan matriks seperti dibawah ini:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

4. Menghitung nilai eigen dari matriks $\mathbf{r}$

$$|\mathbf{r} - \lambda_p \mathbf{I}| = 0 \quad (3)$$

5. Setelah mendapatkan nilai eigen maka selanjutnya menghitung nilai vektor eigen, dengan menggunakan persamaan berikut:

$$(\mathbf{r} - \lambda_p \mathbf{I})\boldsymbol{\varphi}_p = 0 \quad (4)$$

Pembentukan komponen utama tergantung pada matriks varian-kovarians $\mathbf{S}$ serta matriks korelasi $\mathbf{r}$ yang didapatkan dari $x_1, x_2, \dots, x_p$. Melalui matriks korelasi $\mathbf{r}$ akan didapatkan nilai eigen $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ dan vektor eigen $\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_p$. Rumus komponen utama dibentuk sebagai berikut (4):

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{X}\boldsymbol{\varphi} \quad (5)$$

Secara umum, banyaknya komponen utama ditentukan melalui beberapa cara, namun tidak terdapat aturan khusus karena pada dasarnya penentuan banyaknya komponen utama tergantung pada kebutuhan penelitian (3).

1. Scree plot

Scree plot merupakan plot antara komponen utama ke-k dengan varians atau nilai eigen pada komponen tersebut. Banyaknya komponen utama yang diambil adalah titik dimana terdapat penurunan yang tajam.

2. Kriteria apriori

Dalam hal ini peneliti sudah menetapkan terlebih dahulu berapa banyak komponen utama yang akan dipilih (2)..

Selanjutnya metode Hotelling T² dapat digunakan untuk mendeteksi *Bearing* pada data proses multivariat.

Hipotesis Pengujian

Hipotesis pengujian disajikan sebagai berikut:

H₀: Tidak terjadi kerusakan pada *Bearing* (in control).

H₁: Terjadi kerusakan pada *Bearing* (out of control ooc).

Statistik Uji

Nilai statistik uji untuk tiap-tiap pengamatan

$$T_i^2 = \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\Phi}^{[a]} \boldsymbol{\lambda}_a^{-1} (\boldsymbol{\Phi}^{[a]})^t \mathbf{x}_i, i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

Dimana T_i^2 adalah nilai statistik uji setiap pengamatan, $\mathbf{x}$ ialah vektor data setiap pengamatan, $\boldsymbol{\Phi}^{[a]}$ ialah matriks loading. Penentuan matriks loading ini sesuai dengan jumlah komponen utama yang akan dipilih. Sementara $\boldsymbol{\lambda}$ ialah matriks diagonal akar kuadrat nilai eigen, maka $\boldsymbol{\lambda}_a^{-1}$ yaitu invers matriks diagonal akar kuadrat nilai eigen. Simbol a ditentukan sesuai dengan banyaknya komponen utama yang dipilih (Sarwar et al., 2020).

Kriteria Uji

Tolak H₀ jika $T^2 > T_\alpha^2$

$$\text{Dimana } T_{\alpha}^2 = \frac{a(n-1)(n+1)}{n(n-a)} F_{\alpha}(a, n-a)$$

n = banyaknya sampel sedangkan a = banyaknya komponen utama yang diambil.

Setelah mendapatkan nilai T^2 maka selanjutnya nilai tersebut akan dibuat visualisasi berupa diagram kendali T^2 . Diagram kendali Hotelling T^2 adalah salah satu jenis diagram kendali variabel yang digunakan pada data yang lebih dari satu variabel yang saling berhubungan (Puspaningtyas, 2018).

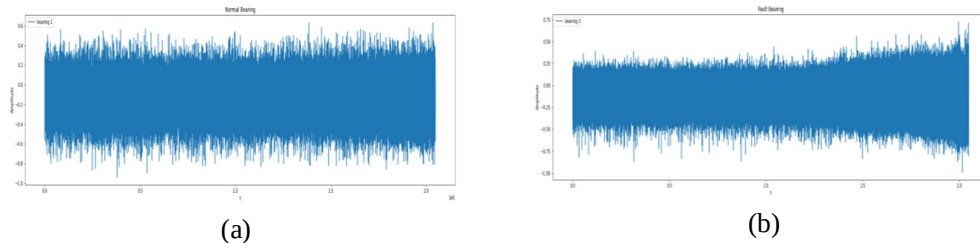
Penentuan batas-batas kendali apabila menggunakan diagram kendali Hotelling T^2 .

$$\text{BKA} = T_{\alpha}^2 = \frac{a(n-1)(n+1)}{n(n-a)} F_{\alpha}(a, n-a)$$

$$\text{BKB} = 0$$

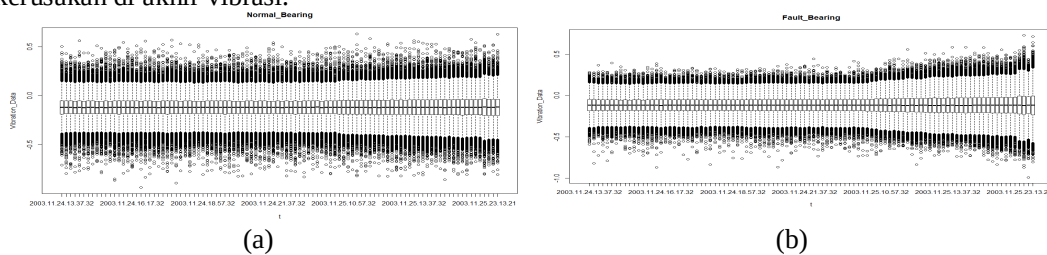
Dimana n = banyaknya sampel sedangkan a = banyaknya komponen utama yang diambil sedangkan $F_{\alpha}(a, n-a)$ ialah nilai tabel distribusi F dengan $\alpha = 0.01$. Jika $T_i^2 > \text{BKA}$ maka pengamatan ke- i out of control.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan Eksplorasi Data dan Fitur statistik



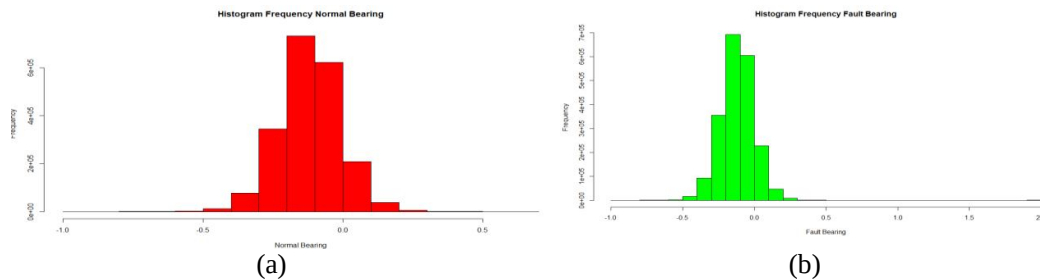
Gambar 1 Plot vibrasi *Bearing* untuk kondisi (a) *Bearing* normal dan (b) *Bearing* rusak.

Berdasarkan Gambar 1 menjelaskan bahwa plot vibrasi *Bearing* normal cenderung stabil dari waktu ke waktu. Sementara untuk *Bearing* rusak, plot vibrasi *Bearing* menggambarkan pergerakannya meningkat di akhir vibrasi. Hal ini menandakan terjadi kerusakan di akhir vibrasi.



Gambar 1 Boxplot untuk kondisi (a) *Bearing* normal dan (b) *Bearing* rusak

Berdasarkan Gambar 2 dapat dijelaskan bahwa terdapat outlier di kedua jenis *Bearing*, akan tetapi outlier *Bearing* rusak cenderung meningkat di akhir vibrasi sedangkan outlier *Bearing* normal cenderung stabil dari waktu ke waktu. Selain menggunakan boxplot, eksplorasi data juga dapat dilihat menggunakan histogram.



Gambar 2 Histogram kondisi (a) *Bearing* normal dan (b) *Bearing* rusak.

Gambar 3 menerangkan sebaran data vibrasi *Bearing* normal cenderung simetris, sedangkan pola sebaran data vibrasi *Bearing* rusak cenderung menjulur kekiri.

Selanjutnya melakukan perhitungan fitur statistik. Dikarenakan data yang digunakan pada penelitian ini cukup besar, satu direktori data *Bearing* dapat memuat lebih dari dua puluh ribu baris data, maka langkah yang tepat untuk mengkompres data tersebut digunakan ekstraksi fitur. Fitur yang digunakan berjumlah 11 fitur statistik yang terdiri dari maximum, minimum, mean, standar deviasi, skewness, kurtosis, range, root mean square (RMS), peak-value, crest-factor dan shape-factor.

1. *Bearing* Normal

Fitur statistik *Bearing* normal dapat dilihat melalui **Tabel 1**, dengan waktu yang berbeda.

Tabel 1. Fitur statistik *Bearing* normal

Max	Min	Mean	Std	Rms	Skewness	Kurtosis	Peak-value	Crest-factor	Shape-factor	Range
0.388	-0.720	-0.095	0.081	0.125	-0.030	4.069	0.388	3.114	-1.317	1.108
0.388	-0.654	-0.095	0.080	0.124	-0.070	4.161	0.388	3.134	-1.305	1.042
0.317	-0.623	-0.096	0.080	0.125	-0.042	3.986	0.317	2.531	-1.302	0.940
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.728	-0.869	-0.118	0.171	0.208	0.045	3.367	0.728	3.501	-1.758	1.597
0.439	-0.991	-0.118	0.158	0.197	-0.087	3.212	0.439	2.229	-1.666	1.430
0.715	-0.806	-0.118	0.176	0.212	0.072	3.270	0.715	3.375	-1.800	1.521

2. *Bearing* Rusak

Fitur statistik *Bearing* rusak dapat dilihat pada **Tabel 2**, dengan waktu yang berbeda.

Tabel 2. Fitur statistik *Bearing* rusak

Max	Min	Mean	Std	Rms	Skewness	Kurtosis	Peak-value	Crest-factor	Shape-factor	Range
0.359	-0.674	-0.094	0.091	0.130	-0.092	3.209	0.359	2.752	-1.391	1.033
0.291	-0.645	-0.096	0.090	0.131	-0.101	3.229	0.291	2.213	-1.375	0.936
0.339	-0.613	-0.096	0.090	0.132	-0.092	3.208	0.339	2.570	-1.371	0.952
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.728	-0.869	-0.118	0.171	0.208	0.045	3.367	0.728	3.501	-1.758	1.597
0.439	-0.991	-0.118	0.158	0.197	-0.087	3.212	0.439	2.229	-1.666	1.430
0.715	-0.806	-0.118	0.176	0.212	0.072	3.270	0.715	3.375	-1.800	1.521

Matriks Korelasi

Tabel 3. Matriks Korelasi Data *Training*

	Max	Min	Mean	Std	Rms	Skewness	Kurtosis	Peak.value	Crest.factor	Shape.factor	Range
Max	1.000	-0.421	-0.091	0.480	0.328	0.417	0.782	1.000	0.974	-0.361	0.852
Min		1.000	0.210	-0.370	-0.339	0.063	-0.563	-0.421	-0.364	0.165	-0.834
Mean			1.000	-0.373	-0.839	-0.105	-0.011	-0.091	0.102	-0.474	-0.176
Std				1.000	0.817	0.274	0.265	0.480	0.310	-0.639	0.506
Rms					1.000	0.223	0.149	0.328	0.109	-0.081	0.396
Skewness						1.000	0.251	0.417	0.388	-0.163	0.218
Kurtosis							1.000	0.782	0.793	-0.216	0.801
Peak.value								1.000	0.974	-0.361	0.852
Crest.factor									1.000	-0.358	0.803
Shape.factor										1.000	-0.315
Range											1.000

Tabel 3 menerangkan jika nilai korelasinya $> |0,5|$ maka menandakan korelasi yang kuat dan sebaliknya. Diketahui bahwa terdapat terdapat korelasi yang kuat antara *peak-value* dan *maximum* sebesar 1 artinya semakin besar nilai *peak-value* maka nilai *maximum* akan semakin besar. Ditemukan juga korelasi yang kuat diantaranya pada *mean* dengan RMS sebesar 0,839. Standar deviasi dan RMS sebesar 0,817.

Nilai Eigen

Tabel 4. Nilai Eigen λ matriks korelasi data *training*; $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$

P	Nilai eigen, λ_p	$\sqrt{\lambda_p}$
1	5.568	2.360
2	2.164	1.471
3	1.368	1.170
4	1.174	1.083
5	0.499	0.706
6	0.224	0.474
7	0.002	0.040
8	0.001	0.033
9	0.000	0.012
10	0.000	0.000
11	0.000	0.000

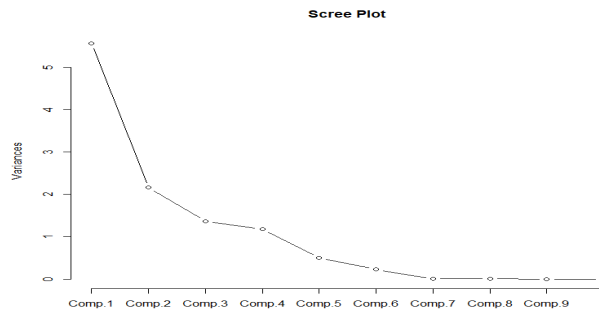
Vektor Eigen

Tabel 5. Matriks vektor eigen φ

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	φ_{11}
X1	0.401	-0.114	0.045	-0.166	-0.259	-0.171	0.264	0.263	0.020	-0.435	0.610
X2	-0.265	-0.103	-0.280	-0.529	-0.529	0.226	0.070	0.070	0.005	0.450	0.131
X3	-0.081	-0.624	-0.239	0.176	0.113	-0.026	-0.138	0.187	0.670	0.000	0.000
X4	0.276	0.321	-0.481	0.162	-0.070	0.116	-0.554	0.474	-0.111	0.000	0.000
X5	0.208	0.578	-0.140	-0.014	-0.113	0.075	0.167	-0.333	0.667	0.000	0.000
X6	0.175	0.004	-0.236	-0.665	0.685	-0.040	0.004	0.000	-0.001	0.000	0.000
X7	0.346	-0.169	0.263	0.023	0.077	0.881	0.023	-0.004	0.000	0.000	0.000
X8	0.401	-0.114	0.045	-0.166	-0.259	-0.171	0.264	0.263	0.020	-0.039	-0.748
X9	0.373	-0.256	0.084	-0.172	-0.240	-0.183	-0.578	-0.575	-0.043	0.000	0.000
X10	-0.186	0.206	0.665	-0.304	-0.021	-0.064	-0.391	0.374	0.302	0.000	0.000
X11	0.397	-0.010	0.189	0.205	0.148	-0.235	0.120	0.120	0.010	0.779	0.227

Komponen Utama Signifikan

1. Scree plot



Gambar 3. Scree Plot

Berdasarkan **Gambar 6** dapat dilihat bahwa kurva mulai melandai pada komponen keenam artinya dengan enam komponen utama sudah cukup untuk mewakili sebelas fitur awal.

2. Kriteria Apriori

Dalam penelitian ini penentuan komponen utama yang signifikan berdasarkan kriteria apriori. Dimana banyaknya komponen utama yang dipilih sebanyak **enam** komponen utama. Hal ini dikarenakan penentuan komponen utama ini sangat berpengaruh pada hasil perhitungan Hotelling T^2 .

Matriks Loading

Tabel 6. Matriks Loading

	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7	Φ_8	Φ_9	Φ_{10}	Φ_{11}
Maximum (1)	0.401	0.114	0.000	0.166	0.259	0.171	0.264	0.263	0.000	0.200	0.722
Minimum (2)	-0.265	0.103	-0.280	0.529	0.529	-0.226	0.000	0.000	0.000	-0.468	0.000
Mean (3)	0.000	0.624	-0.239	-0.176	-0.113	0.000	-0.138	0.187	0.670	0.000	0.000
Standar Deviasi (4)	0.276	-0.321	-0.481	-0.162	0.000	-0.226	-0.554	0.474	-0.111	0.000	0.000
RMS (5)	0.208	-0.578	-0.140	0.000	0.113	0.000	0.167	-0.333	0.667	0.000	0.000
Skewness (6)	0.175	0.000	-0.236	0.665	-0.685	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Kurtosis (7)	0.346	0.169	0.263	0.000	0.000	-0.881	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Peak-value (8)	0.401	0.114	0.000	0.166	0.259	0.171	0.264	0.263	0.000	0.293	-0.689
Crest-factor (9)	0.373	0.256	0.000	0.172	0.240	0.183	-0.578	-0.575	0.000	0.000	0.000
Shape-factor (10)	-0.186	-0.205	0.665	0.304	0.000	0.000	-0.391	0.374	0.302	0.000	0.000
Range (12)	0.397	0.000	0.189	-0.205	-0.148	0.235	0.120	0.120	0.000	-0.810	0.000

Tabel 6 merupakan nilai *loading* tiap komponen utama menggunakan metode komponen utama. Persamaan komponen utama yang terbentuk ialah:

$$\Phi_1 = 0,401Maximum - 0,265Minimum + 0,276Standar\ deviasi + 0,208RMS + 0,175Skewness + 0,346Kurtosis + 0,401Peak-value + 0,373Crest-factor - 0,186Shape-factor + 0,397Range.$$

$$\Phi_2 = 0,114Maximum + 0,103Minimum + 0,624Mean - 0,321Standar\ deviasi - 0,578RMS + 0,169Kurtosis + 0,114Peak-value + 0,256Crest-factor - 0,205Shape-factor.$$

⋮

$$\Phi_8 = 0,263Maximum + 0,187Mean + 0,474Standar\ deviasi - 0,333RMS + 0,263Peak-value - 0,575Crest-factor + 0,374Shape-factor + 0,120Range.$$

$$\Phi_9 = 0,670Mean - 0,111Standar\ deviasi + 0,667RMS + 0,302Shape-factor.$$

$$\Phi_{10} = 0,200Maximum - 0,468Minimum + 0,293Peak-value - 0,810Range.$$

$$\Phi_{11} = 0,722Maximum - 0,689Peak-value.$$

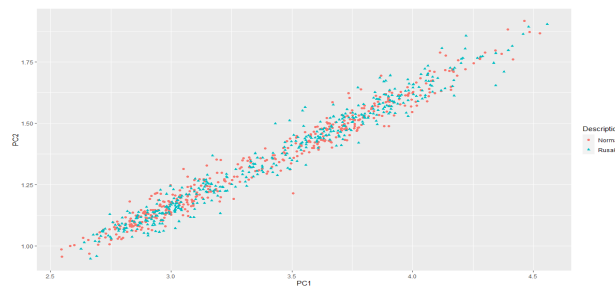
Skor Komponen Utama

Tabel 7. Skor Komponen Utama

	ψ^1	ψ^2	ψ^3	ψ^4	ψ^5	ψ^6	ψ^7	ψ^8	ψ^9	ψ^{10}	ψ^{11}
1	3.649	1.498	0.507	-0.308	0.461	-2.395	-0.803	-1.798	-0.378	-0.352	0.014
2	4.084	1.671	0.532	-0.265	0.592	-2.038	-1.110	-2.118	-0.384	-0.428	0.018
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
861	2.785	1.084	0.238	-0.487	0.232	-1.995	-0.324	-1.334	-0.383	-0.285	0.009
862	3.028	1.186	0.360	-0.492	0.284	-2.070	-0.462	-1.451	-0.375	-0.319	0.011
863	3.069	1.170	0.422	-0.572	0.214	-2.146	-0.409	-1.399	-0.375	-0.342	0.010

Plot Komponen Utama

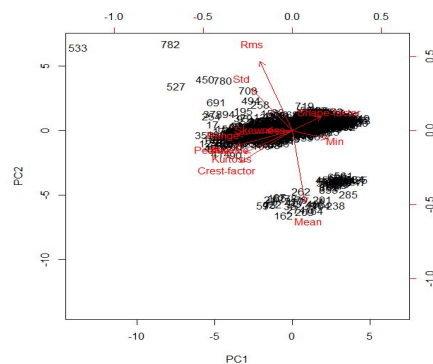
Berdasarkan **Gambar 7** terlihat antara kondisi *Bearing* normal dan *Bearing* rusak tidak dapat dipisahkan, dikarenakan daerah *Bearing* normal dan *Bearing* rusak masih tergabung. Artinya plot komponen utama tidak efektif dalam memisahkan kondisi *Bearing*.



Gambar 4. Plot komponen utama untuk vibrasi *Bearing* data testing

Biplot

Berdasarkan **Gambar 8** terlihat bahwa fitur statistik yang berpengaruh diantaranya *mean*, rms dikarenakan memiliki vektor yang panjang. Sedangkan fitur statistik yang tidak berpengaruh terdapat pada fitur *skewness* dan *minimum*, karena memiliki vektor yang pendek. Kedua kondisi *Bearing* yaitu *Bearing* normal dan *Bearing* rusak tidak dapat dibedakan secara jelas karena apabila dilihat dari nomor observasi *Bearing* normal dan *Bearing* rusak tergabung. Artinya biplot tidak dapat memisahkan kondisi *Bearing*.



Gambar 5. Biplot vibrasi *Bearing* data testing

Hotelling T²

Hipotesis pengujian disajikan sebagai berikut:

H₀: Tidak terjadi kerusakan pada *Bearing* (in control).

H₁: Terjadi kerusakan pada *Bearing* (out of control ooc).

Statistik Uji menggunakan persamaan (6)

Berikut matriks loading dan matriks diagonal akar kuadrat nilai eigen yang didapatkan:

$$\Phi_{[6]} = \begin{bmatrix} 0,401 & 0,114 & 0,000 & 0,166 & 0,259 & 0,171 \\ -0,265 & 0,103 & -0,280 & 0,529 & 0,529 & -0,226 \\ 0,000 & 0,624 & -0,239 & -0,176 & -0,113 & 0,000 \\ 0,276 & -0,321 & -0,481 & -0,162 & 0,000 & -0,226 \\ 0,208 & -0,578 & -0,140 & 0,000 & 0,113 & 0,000 \\ 0,175 & 0,000 & -0,236 & 0,665 & -0,685 & 0,000 \\ 0,346 & 0,169 & 0,263 & 0,000 & 0,000 & -0,881 \\ 0,401 & 0,114 & 0,000 & 0,166 & 0,259 & 0,171 \\ 0,373 & 0,256 & 0,000 & 0,172 & 0,240 & 0,183 \\ -0,186 & -0,205 & 0,665 & 0,304 & 0,000 & 0,000 \\ 0,397 & 0,000 & 0,189 & -0,205 & -0,148 & 0,235 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_6^{-1} = \begin{pmatrix} 0,424 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,680 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,855 & 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,923 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 1,416 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 2,110 \end{pmatrix}$$

Tolak H₀ jika $T_i^2 > T_\alpha^2$

Dimana $T_\alpha^2 = \frac{a(n-1)(n+1)}{n(n-a)} F_\alpha(a, n-a)$

Diketahui a = 6, n = 863

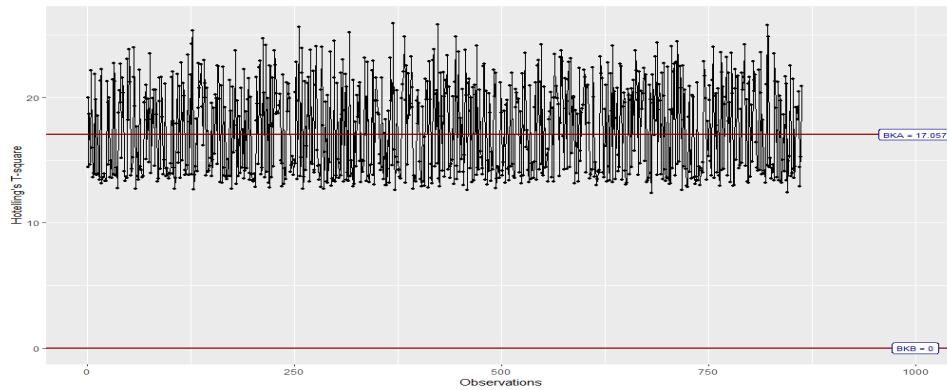
Dengan $\alpha = 1\%$ maka $F_{0,01}(6,857) = 2,823$

Jadi, $T_\alpha^2 = \frac{6(863-1)(863+1)}{863(863-5)} \times 2,823 = 17,057$

Tabel 8. Nilai Hotelling T², T_α² serta keputusan signifikansi data testing

No	T _i ²		T _α ²	Keputusan signifikansi
1	20,024	>	17,057	Ditolak, ooc
2	14,434	<	17,057	Diterima, tidak ooc
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
862	15,256	<	17,057	Diterima, tidak ooc
863	20,908	>	17,057	Ditolak, ooc

Hasil tabel diatas dapat diperjelas menggunakan diagram kendali Hotelling T², dimana hasilnya dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 9. Diagram Kendali Hotelling T^2

Gambar 4.9 menunjukkan terdapat 428 pengamatan *out of control* untuk data vibrasi *Bearing* sedangkan sisanya 435 pengamatan *in control*. Diagram kendali diatas juga menerangkan bahwa dari 437 sampel vibrasi *Bearing* normal ternyata hanya 11 sampel data vibrasi *Bearing* yang diprediksi benar dalam kondisi normal, kemudian sebanyak 426 sampel vibrasi *Bearing* yang salah prediksi artinya kondisi sebenarnya normal namun di prediksi rusak.

Sementara dari 426 sampel vibrasi *Bearing* rusak ternyata hanya 2 sampel data vibrasi *Bearing* yang diprediksi benar dalam kondisi rusak, kemudian sebanyak 424 sampel vibrasi *Bearing* yang salah prediksi artinya kondisi sebenarnya rusak namun di prediksi normal. Artinya, metode Hotelling T^2 ini dapat mendeteksi kerusakan *Bearing* tetapi tidak efektif dalam memprediksi kondisi *Bearing* sesuai dengan kondisi sebenarnya dikarenakan banyaknya sampel hasil prediksi sangat kecil dibandingkan kondisi sebenarnya.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Penerapan eksplorasi data menggunakan boxplot dan histogram untuk *Bearing* normal dan *Bearing* rusak terlihat efektif dalam membedakan kondisi *Bearing* tersebut. Selain itu, apabila dilihat dari pola vibrasi *Bearing* juga dapat terlihat berbeda, yaitu untuk kondisi *Bearing* normal pola vibrasi cenderung stabil dari waktu ke waktu sedangkan kondisi *Bearing* rusak pola vibrasi cenderung meningkat di akhir vibrasi.
2. Penerapan Hotelling T^2 tidak dapat diterapkan untuk mendeteksi kerusakan *Bearing* melalui analisis komponen utama. Hasil analisis Hotelling T^2 tidak dapat memprediksi keseluruhan dataset asli *Bearing* dikarenakan hasil prediksi lebih sedikit dari data keseluruhan. Hal ini dibuktikan melalui diagram kendali Hotelling T^2 dimana menunjukkan dari 437 sampel vibrasi *Bearing* normal ternyata hanya 11 sampel data vibrasi *Bearing* yang diprediksi benar sementara 426 sampel vibrasi *Bearing* rusak ternyata hanya 2 sampel data vibrasi *Bearing* yang diprediksi benar dalam kondisi rusak. Metode ini juga tidak dapat memisahkan kedua kondisi *Bearing* yang dilihat berdasarkan plot komponen utama serta biplot. Artinya, metode Hotelling T^2 tidak dapat diterapkan dalam *Bearing* normal dan *Bearing* rusak serta tidak dapat memisahkan kedua kondisi *Bearing*.

Daftar Pustaka

- [1] Fathurrohman, M. (2017) *Diagnosa Kerusakan Bantalan Bola Menggunakan Metode Support Vector Machine*, *Mekanika: Majalah Ilmiah Mekanika*. Universitas Sebelas Maret. doi: 10.20961/mechanika.v18i1.35041.
- [2] Fitri, N., Suri, W. A. and Astri, R. (2019) *STATISTIKA MULTIVARIAT TERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA*. Universitas Negeri Padang. Available at: https://www.academia.edu/38814142/ANALISIS_KOMPONEN_UTAMA_kel.

- [3] Mas'ad, Yasin, H. and Maruddani, D. A. I. (2016) 'Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Persentase Penduduk Miskin di Jawa Tengah Dengan Metode Geographically Weighted Principal Components Analysis (GWPCA) Adaptive Bandwidth', *Jurnal Gaussian*, 5(3), pp. 487–496.
- [4] Sarwar, M. Mehmood, F. Abid, M. Khan, A, Q. Gul, S, F. and Khan, A, S. (2020) 'High impedance fault detection and isolation in power distribution networks using support vector machines', *Journal of King Saud University - Engineering Sciences*, 32(8), pp. 524–535. doi: 10.1016/j.jksues.2019.07.001.
- [5] Sharma, A. Mathew, Lini. Chatterji, S. and Jigyasu R. (2018) 'Current Based Feature Extraction and Classification of', *International Journal of Mechinal and Production Engineering Research and Development (IJMPERD)*, pp. 195–204.
- [6] Nugroho, Dimas Andhika, Suwanda. (2022). *Diagram Kontrol T2 Hotelling Minimum Volume Ellipsoid (Penerapan pada Pengontrolan Fluktuasi Saham)*, *Jurnal Riset Statistika*, 2(1), 20-27.