

Penerapan Model *Epidemic Type Aftershock Sequence* (ETAS) pada Data Gempa Bumi Jawa Barat

Sofi Sopiah*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*sopiahsofi75@gmail.com, sutawanir.darwis@unisba.ac.id

Abstract. Earthquake intensity mapping is an important step in mitigating the risk of natural disasters, especially earthquakes. Earthquake activity is still being studied from both seismological and stochastic aspects. One of the stochastic processes that can explain earthquake activity is the point process. The point process is a stochastic process that can explain natural phenomena that are random in both space and time. One of the models in the point process is the epidemic type aftershock sequence (ETAS) model. The ETAS model is expressed by a conditional intensity function that is useful for knowing the chances of earthquake occurrence. Therefore, the purpose of this study is to apply the ETAS model to earthquake data in West Java. Data obtained from the United State Geological Survey (USGS) was declustered with the Gardner Knopoff method and there were 49 clusters and took 1 cluster with the largest earthquake data, namely the earthquake on September 02, 2009 in Tasikmalaya. The maximum likelihood estimation method is used to obtain parameter estimates of the ETAS model. The null model and full model are used to show the magnitude of the exponential distribution, while the full model shows the magnitude of the gamma distribution. With the maximum likelihood method, the parameter estimates of the basic intensity function of the null model and full model were obtained. The earthquake in Tasikmalaya in 2009 obtained the best model, the full model. The results of the parameter estimation are the base seismicity rate of 0.04402, the aftershock productivity of $4.673611e^{-9}$, the efficiency of an earthquake with a certain magnitude to produce aftershocks of 59.4750, the time scale of aftershock decay rate of 0.0083, and the aftershock decay rate of 1.3825.

Keywords: *ETAS Model, Intensity Function, Maximum Likelihood.*

Abstrak. Pemetaan intensitas gempa merupakan langkah penting dalam upaya mitigasi risiko bencana alam, khususnya gempa bumi. Aktivitas gempa bumi masih terus dikaji baik dari aspek seismologi maupun aspek stokastik. Salah satu proses stokastik yang dapat menjelaskan aktivitas gempa bumi adalah proses titik. Proses titik merupakan suatu proses stokastik yang dapat menjelaskan fenomena alam dimana sifatnya acak baik dalam ruang maupun waktu. Salah satu model dalam proses titik adalah model *epidemic type aftershock sequence* (ETAS). Model ETAS dinyatakan dengan fungsi intensitas bersyarat yang berguna untuk mengetahui peluang kemunculan terjadinya gempa bumi. Oleh karena itu tujuan penelitian ini adalah menerapkan model ETAS pada data gempa bumi di Jawa Barat. Data diperoleh dari *United State Geological Survey* (USGS) di *declustering* dengan metode Gardner Knopoff terdapat 49 *cluster* dan mengambil 1 *cluster* data gempa bumi yang terbesar yaitu gempa pada tanggal 02 September 2009 yaitu di Tasikmalaya. Metode estimasi *likelihood* maksimum digunakan untuk memperoleh estimasi parameter model ETAS. Digunakan *null model* dan *full model* untuk menunjukkan magnitudo berdistribusi eksponensial, sedangkan *full model* menunjukkan magnitudo berdistribusi gamma. Dengan metode *likelihood* maksimum diperoleh estimasi parameter fungsi intensitas dasar dari *null model* dan *full model*. Gempa di Tasikmalaya pada tahun 2009 memperoleh model terbaik yaitu *full model*. Hasil estimasi parameter tersebut yaitu laju kegempaan dasar sebesar 0.04402, produktivitas gempa susulan sebesar $4.673611e^{-9}$, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 59.4750, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.0083, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 1.3825.

Kata Kunci: *Model ETAS, Fungsi Intensitas, Likelihood maksimum.*

A. Pendahuluan

Bencana menurut Undang-Undang No. 27 Tahun 2007 adalah kejadian yang mengancam dan mengganggu kehidupan serta mata pencaharian masyarakat, baik yang disebabkan oleh faktor alam, non-alam, maupun manusia. Indonesia, yang terletak di persimpangan tiga lempeng tektonik utama (Pasifik, Indo-Australia, dan Eurasia), sering mengalami gempa bumi. Wilayah yang paling rentan terhadap gempa termasuk Jawa, Bali, dan Nusa Tenggara Barat. Pulau Jawa, dengan populasi dan infrastruktur padat, merupakan wilayah seismik yang sangat aktif.

Gempa bumi terjadi akibat pelepasan energi elastik yang menyebabkan getaran dan gelombang seismik, yang dapat mengakibatkan kerusakan signifikan pada tanah dan struktur. Berbeda dengan letusan gunung berapi, gempa bumi sering dianggap lebih menakutkan karena dampaknya yang langsung dan tak terduga. Al-Qur'an juga menjelaskan fenomena gempa bumi, seperti yang terdapat dalam surat Al-Fajr ayat 21, yang menggambarkan bumi yang diguncangkan berturut-turut (Karimuse et al., n.d.).

Dalam konteks ilmiah, penelitian gempa bumi mencakup studi seismologi dan probabilistik. Proses stokastik adalah bidang studi yang dapat digunakan untuk memprediksi atau menjelaskan berbagai fenomena dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu jenisnya, yaitu proses titik, digunakan untuk menggambarkan peristiwa yang mengikuti pola tertentu. Dalam proses titik, peristiwa digambarkan sebagai kumpulan titik yang terjadi dalam rentang waktu atau ruang tertentu. Proses ini sangat penting dalam seismologi, di mana gempa bumi dianggap sebagai kumpulan acak titik-titik dalam ruang, dengan setiap titik mewakili waktu atau lokasi dari suatu kejadian (Meidianingsih et al., n.d.).

Dalam studi seismologi, terdapat hukum empiris terkenal yang disebut hukum Omori, yang menjelaskan penurunan aktivitas gempa susulan seiring waktu. Hukum ini kemudian disempurnakan oleh Utsu menjadi Hukum Omori-Utsu [14]. Namun, hukum Omori-Utsu kurang efektif dalam memodelkan pola gempa susulan untuk jangka waktu panjang, karena deretan gempa susulan biasanya diikuti oleh gempa susulan kedua, ketiga, dan seterusnya. Karakteristik ini dapat dijelaskan oleh model *Epidemic Type Aftershock Sequence* (ETAS), yang merupakan perluasan dari hukum Omori-Utsu, dengan asumsi bahwa setiap gempa bumi dapat memicu gempa susulan [6].

Model ETAS merupakan model yang lebih tepat dalam menjelaskan rangkaian gempa susulan [15]. Model ETAS menunjukkan interval waktu antara berbagai gempa susulan yang berbeda. Hal ini menunjukkan adanya perbedaan diantara deretan gempa susulan pertama dan deretan gempa susulan berikutnya. Model ETAS menggunakan data gempa bumi dengan tidak menggunakan eksplisit tektonik, geologi atau informasi geodesi [1]. Setiap gempa bumi dianggap sama yang dapat dipicu gempa bumi sebelumnya dan dapat memicu gempa bumi berikutnya.

Di Jawa Barat, yang terletak di wilayah rentan bencana, gempa bumi sering disebabkan oleh aktivitas sesar dengan magnitudo kecil namun kedalaman dangkal [11]. Penelitian mengenai gempa di daerah ini penting karena gempa bumi sulit diprediksi dalam hal waktu, kekuatan, dan lokasi (Ikhsanudin et al., 2023). Mitigasi yang optimal diperlukan untuk mengurangi dampak bencana.

Hingga kini, prakiraan waktu terjadinya gempa bumi pada suatu lokasi masih sulit dilakukan, sehingga upaya untuk mengembangkan metode prakiraan terus berlanjut, baik dalam aspek seismologi maupun aspek probabilistik. Fungsi intensitas bersyarat pada proses titik berguna untuk menentukan peluang terjadinya gempa bumi [7]. Peneliti sebelumnya melakukan estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat menggunakan model ETAS berdasarkan gempa bumi di Phuket beserta barisan gempa bumi susulannya [4]. Penelitian sebelumnya juga menerapkan model ETAS pada data gempa bumi di Sulawesi dan Jawa menunjukkan bahwa Pulau Sulawesi memiliki laju kegempaan dasar, produktivitas gempa susulan, dan efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu yang lebih tinggi dibandingkan Pulau Jawa. Selain itu, laju peluruhan gempa susulan menurut waktu di Sulawesi juga lebih rendah dibandingkan dengan di Jawa [5].

Oleh karena itu, penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi mengenai rata-rata banyaknya kejadian gempa bumi berdasarkan historinya. Dengan demikian, fokus

penelitian ini mencakup, mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model *ETAS* dan menerapkan model *ETAS* pada data gempa bumi di Jawa Barat.

B. Metodologi Penelitian

Pengumpulan Data

Data yang digunakan pada penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu data gempa bumi di Jawa Barat yang terjadi pada periode Januari 2000 - Juni 2024 dengan magnitudo $\geq 2,5$ mw dan kedalaman ≤ 300 km yang diperoleh dari *United States Geological Survey (USGS)* terdapat 758 data gempa bumi. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah waktu, kedalaman dan magnitudo, garis lintang dan garis bujur.

Proses Stokastik

Proses stokastik adalah himpunan variabel acak $\{N(t), t \in T\}$ dengan T adalah himpunan indeks yang dinyatakan sebagai himpunan waktu (yang bisa diskret atau kontinu). Pada intinya, proses stokastik adalah generalisasi dari variabel acak ke dalam urutan atau rangkaian yang berinteraksi secara dinamis. Dengan parameter waktu ini, proses stokastik dapat dibedakan menjadi dua bentuk yaitu jika $T = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ maka disebut proses stokastik waktu berparameter diskrit dan jika $T = [0, \infty]$ maka disebut dengan proses stokastik waktu berparameter kontinu

Proses stokastik waktu kontinu $\{N(t), t \in T\}$ dikatakan memiliki kenaikan bebas jika untuk setiap $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ maka variabel acak $N(t_1) - N(t_0), N(t_2) - N(t_1), \dots, N(t_n) - N(t_{n-1})$ independen. Proses stokastik waktu kontinu $\{N(t), t \in T\}$ memiliki kenaikan stasioner jika $N(t + s) - N(t)$ memiliki distribusi yang sama dengan $N(s)$ untuk setiap waktu t .

Proses Titik

Proses titik adalah sekumpulan titik (*event*) yang ditempatkan secara acak di ruang waktu atau ruang multidimensional lainnya. Proses ini digunakan untuk memodelkan kejadian-kejadian yang terpisah dalam waktu atau ruang. Pembentukan proses titik dapat dilakukan melalui pendekatan proses menghitung. Proses menghitung adalah proses stokastik $\{N(t), t \geq 0\}$ dengan $N(0) = 0$. Selain itu $\{N_t, t \geq 0\}$ adalah kejadian-kejadian masa lampau sampai sebelum waktu t . $N(t)$ adalah fungsi yang menggambarkan jumlah kejadian yang telah terjadi hingga waktu t . $N(t)$ berfungsi sebagai penghitung kumulatif dari kejadian-kejadian yang telah terjadi mulai dari waktu 0 hingga waktu t .

Proses menghitung $N(t), t \geq 0$ harus memenuhi empat kriteria,

1. $N(t) \geq 0$
2. $N(t)$ merupakan bilangan bulat
3. Jika $s < t$, maka $N(s) \leq N(t)$
4. Untuk $s < t$, maka $N(t) - N(s)$ akan menyatakan banyaknya kejadian pada interval (s, t) .

Proses Declustering

Declustering adalah proses pemisahan atau seleksi data antara gempa utama (*mainshock*) dengan gempa pendahuluan (*foreshock*) dan gempa susulan (*aftershock*) untuk menentukan tingkat bahaya seismik di suatu wilayah tertentu. Pemisahan gempa utama dilakukan berdasarkan kriteria rentang waktu (*time windows*) dan rentang jarak (*distance windows*) dari suatu kejadian gempa besar. Setelah pengumpulan data dilakukan, pemisahan antara gempa utama dan gempa susulan dilanjutkan. Peristiwa gempa bumi seperti gempa pendahuluan atau gempa susulan yang terjadi dalam rangkaian gempa harus diidentifikasi sebelum analisis lebih lanjut dilakukan.

Metode Gardner-Knopoff adalah salah satu metode yang digunakan untuk menentukan parameter window dalam analisis seismik, khususnya dalam identifikasi gempa susulan (*aftershocks*). Metode ini membantu memisahkan gempa utama dari gempa susulan berdasarkan jarak dan waktu.

Hukum Omori

Hukum Omori-Utsu menggambarkan bahwa frekuensi gempa susulan menurun secara eksponensial seiring berjalannya waktu setelah gempa utama. Pada awalnya, frekuensi gempa susulan sangat tinggi, tetapi dengan bertambahnya waktu, frekuensinya menurun secara signifikan. Hal ini penting dalam seismologi untuk memahami dan memprediksi pola gempa susulan, yang pada gilirannya membantu dalam mitigasi risiko dan perencanaan tanggap darurat. Gempa susulan yaitu gempa bumi yang terjadi di wilayah yang sama dengan gempa utama tetapi memiliki magnitudo yang lebih kecil. Rumus empiris mengenai laju aktivitas gempa susulan pertama kali dijelaskan oleh Fusakichi Omori (1894) yang disebut sebagai hukum Omori dapat dinyatakan sebagai

$$n(t) = \frac{K}{(t+c)} \quad (1)$$

dimodifikasi oleh Utsu dengan penambahan parameter pangkat p sehingga diperoleh Omori-Utsu

$$n(t) = \frac{K}{(t+c)^p} \quad (2)$$

dengan batasan berikut:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(t) = 0$$

dimana K adalah konstanta skala frekuensi awal, c adalah konstanta waktu penundaan, p adalah eksponen yang menentukan laju penurunan, t adalah waktu awal gempa utama dan $n(t)$ adalah frekuensi gempa susulan persatuan waktu $t, t \rightarrow \infty$ dan dikenal sebagai hukum Omori-Utsu. Untuk mengestimasi parameter K , c , dan p , biasanya dilakukan melalui metode statistik berdasarkan data gempa susulan yang telah terjadi setelah gempa utama. Dengan data gempa susulan, mencatat waktu t sejak gempa utama dan jumlah kejadian gempa susulan dalam interval waktu.

Fungsi Intensitas

Probabilitas suatu kejadian dapat ditentukan menggunakan fungsi intensitas dari model proses titik. Fungsi intensitas didefinisikan sebagai perubahan probabilitas kemunculan kejadian [7]. Fungsi intensitas, misalkan $N(t)$ menyatakan banyaknya kejadian pada $[0, t)$ untuk suatu $t \in [0, \infty)$. Fungsi intensitas dari proses titik didefinisikan oleh:

$$\lambda = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Pr \{N(0, h] > 0\}}{h} \quad (3)$$

jika limitnya ada. Notasi $N(0, h]$ menyatakan banyaknya kejadian pada $(0, h]$.

Fungsi intensitas bersyarat berkaitan dengan proses titik temporal N yang didefinisikan sebagai laju dari kejadian-kejadian pada waktu t dengan syarat *history* sampai dengan waktu sebelum t [12]. Secara aljabar, fungsi intensitas bersyarat dapat didefinisikan sebagai

$$\lambda(t|H_t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Pr \{N(t, t+h) - 1 | H_t\}}{h} \quad (4)$$

jika limitnya ada. Notasi H_t menyatakan kejadian-kejadian sampai dengan waktu sebelum t .

Model ETAS

Model *Epidemic Type Aftershock Sequence* (ETAS) merupakan salah satu model tipe epidemik yang digunakan untuk menganalisis aktivitas gempa bumi utama beserta gempa susulannya. Model ETAS digunakan untuk menjelaskan aktivitas gempa susulan pada suatu wilayah dengan memperhatikan komponen waktu dan magnitudo. Suatu barisan gempa susulan diasumsikan dapat dimodelkan seperti suatu epidemik, yakni suatu gempa utama mempengaruhi gempa

susulan yang lain di suatu interval waktu dan juga barisan gempa susulan meluas untuk suatu waktu yang lama setelah gempa utama terjadi.

Model *ETAS* didefinisikan dalam fungsi intensitas bersyarat atau fungsi resiko gempa bumi berdasarkan waktu untuk memodelkan gempa susulan [7].

$$\lambda(t|H_t) = \mu + K \sum_{t_i < t} e^{\alpha(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{c}\right)^{-p} \quad (5)$$

dengan $K = A(p - 1)c^{(p-1)}$ dan $H_t = \{(t_i, M_i); t_i < t\}$ adalah kejadian gempa bumi sampai waktu sebelum t dengan μ adalah laju kegempaan dasar, K adalah produktivitas gempa susulan, α adalah besarnya efisiensi kejadian gempa bumi dengan magnitudo tertentu yang menghasilkan gempa susulan, c adalah laju peluruhan gempa susulan menurut skala waktu. p adalah laju peluruhan gempa susulan secara keseluruhan, t_i adalah kejadian waktu ke- i dengan besar magnitudo M_i , dan M_0 adalah besar ambang batas magnitudo. Notasi μ, K, α, c , dan p sebagai parameter yang bernilai positif.

Plot Residual Process Times untuk Model ETAS

Plot *residual process times* untuk model *ETAS* merupakan plot yang menggambarkan kecocokan kedua tipe model *ETAS* dengan kejadian gempa bumi dan urutan gempa susulannya. Misalkan t_i , untuk $i = 1, \dots, n$ adalah waktu peristiwa yang diamati, transformasi waktu dari t_i adalah

$$\tau_i = \int_0^{t_i} \lambda(t|H_t) dt \quad (6)$$

dengan $\lambda(t|H_t)$ merupakan fungsi intensitas bersyarat. Uji grafis diagnostik seerhana dari kesesuaian model adalah dengan memplot peristiwa kejadian (yaitu, $i = 1, \dots, n$, sumbu horizontal) versus waktu yang ditransformasikan τ_i (sumbu vertikal). Peristiwa kejadian tidak linier dalam waktu. Titik-titik tersebut kira-kira harus mengikuti garis lurus $y = x$. Penyimpangan yang signifikan dari garis tersebut menunjukkan kelemahan model itu.

Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Maximum likelihood estimation (MLE) adalah salah satu metode statistika yang sangat penting untuk estimasi parameter model. Teknik ini digunakan untuk menemukan nilai parameter yang paling mungkin (peluang maksimum) berdasarkan data yang diamati. *MLE* sebagai metode untuk mengestimasi parameter distribusi probabilitas yang memaksimalkan fungsi *likelihood*, yaitu densitas bersama dari data sebagai fungsi dari parameter [3]. Langkah pertama dalam mengestimasi parameter menggunakan metode *likelihood* maksimum yaitu menentukan fungsi densitas bersama. Estimasi *likelihood* maksimum adalah nilai parameter yang memaksimumkan fungsi logaritma *likelihood*. Fungsi logaritma *likelihood* adalah

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \ln \lambda(t_i|H_{t_i}) - \int_0^T \lambda(t|H_t) dt \quad (7)$$

dengan interval $[0, T]$ terdiri dari kejadian pada waktu $t_1, t_2, \dots, t_n$.

Akaike Information Criterion (AIC)

AIC digunakan untuk menentukan model yang terbaik dalam mengestimasi parameter, dengan rumus sebagai berikut

$$AIC = -2 \ln \hat{L} + 2k \quad (8)$$

dengan $\ln \hat{L}$ merupakan logaritma natural *likelihood* maksimum dari suatu model dan k merupakan banyaknya parameter yang sesuai dengan model. Model yang memiliki nilai *AIC* terkecil merupakan model yang paling baik [9].

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Proses Declustering

Data gempa bumi di Jawa Barat yang telah diperoleh dari *USGS* kemudian dilakukan proses *declustering* menggunakan metode Gardner & Knopoff pada *Zmap* di *software* Matlab. *Declustering* dilakukan untuk memisahkan antara gempa utama (*mainshock*) dan gempa susulan (*aftershock*). Berdasarkan hasil *declustering* dari 758 data gempa bumi di Jawa Barat diperoleh 49 *cluster* dengan masing-masing dari setiap *cluster* memiliki satu gempa utama (*mainshock*) dan beberapa gempa susulan (*aftershock*). Pada penelitian ini hanya akan mengambil 1 *cluster* data gempa utama (*mainshock*) yang paling besar serta gempa susulan (*aftershock*) yang paling banyak yaitu gempa bumi pada tanggal 02 September 2009. Berdasarkan *window parameters* dari metode Gardner-Knopoff pada titik gempa bumi terbesar di Provinsi Jawa Barat sebesar 7.2 mw pada tanggal 02 September 2009 terdapat 45 data gempa bumi susulan.

Deskripsi Data

Statistik deskriptif terdiri dari rata-rata, minimum magnitudo, maksimum magnitudo, dan kedalaman dari data gempa bumi tersebut.

Tabel 1. Statistik Deskriptif Kejadian Gempa Bumi di Jawa Barat tahun Januari 2000 - Juni 2024

	Min	Rata-rata	Maks
Magnitudo	3.1	4.3	7.2
Kedalaman	1.5	74.5	300

Berdasarkan tabel diatas menunjukkan bahwa seluruh data kejadian gempa bumi di Jawa Barat pada Januari 2000 sampai Juni 2024 dengan magnitudo maksimum sebesar 7.2 mw dan minimumnya sebesar 3.1 mw, sedangkan untuk kedalamannya maksimum 300 km dan minimum 1.5 km.

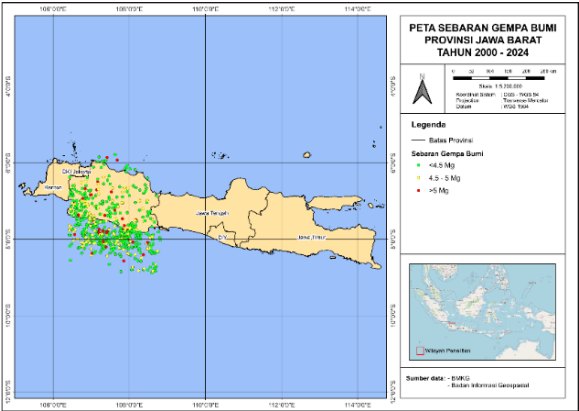
Tabel 2. Statistik Deskriptif Kejadian Gempa Bumi 09 Februari 2009 di Jawa Barat

	Min	Rata-rata	Maks
Magnitudo	3.7	3.3	7.2
Kedalaman	10	20.2	89

Berdasarkan tabel diatas menunjukkan bahwa gempa bumi dengan magnitudo maksimum dengan magnitudo 7.2 terjadi pada tanggal 02 September 2009 dengan pusat perbatasan antara wilayah Kabupaten Garut dan Cianjur, sekitar 14 km barat daya Kabupaten Tasikmalaya. Gempa bumi dengan kedalaman minimum terjadi di pada tanggal 27 Oktober 2010, sedangkan gempa dengan kedalaman maksimum terjadi pada tanggal 29 Januari 2010.

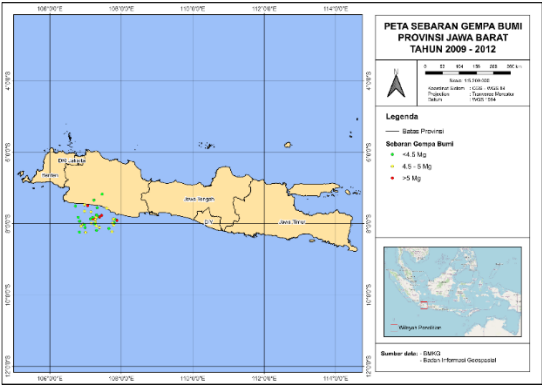
Visualisasi Data

Pada dasarnya, kekuatan gempa bumi atau magitudo adalah ukuran kekuatan gempa bumi yang menggambarkan besarnya energi yang terlepas dapat dihitung dengan menggunakan informasi yang dikumpulkan seismograf.



Gambar 1. Visualisasi Seluruh Data Kejadian Gempa Bumi Jawa Barat tahun 2000-2024

Berdasarkan Gambar 1 menunjukkan bahwa seluruh data gempa bumi di Jawa Barat dari Januari 2000 - Juni 2024 terdapat 758 data gempa bumi. Warna hijau menunjukkan wilayah terjadinya bencana alam gempa bumi dengan kekuatan kurang dari 4,5 mw, warna kuning menunjukkan wilayah terjadinya bencana alam gempa bumi dengan kekuatan 4,5 mw sampe 5 mw dan warna merah menunjukkan wilayah terjadinya bencana alam gempa bumi dengan kekuatan gempa bumi lebih dari 5 mw.



Gambar 2. Visualisasi Data Kejadian Gempa Bumi Jawa Barat

Gambar 2 menunjukkan bahwa data gempa bumi sebanyak 45 data dimana data gempa utama yang besar magnitudonya sebesar 7.2 dengan magnitudo lebih dari 5.0 mw diperoleh sebanyak 7 kejadian dan magnitudo kurang dari 5.0 mw sebanyak 38 kejadian.

Penerapan Model ETAS

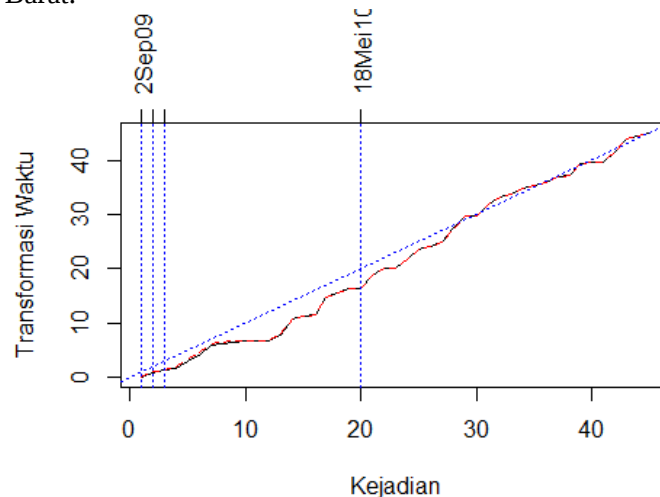
Tabel 3. Estimasi parameter model ETAS

	<i>Null model, eksponensial</i>	<i>Full model, gamma</i>
$p_1 = \mu$	0.04401985	0.04402550
$p_2 = K$	$2.848749e^{-09}$	$4.673611e^{-9}$
$p_3 = \alpha$	7.092866	59.47504
$p_4 = c$	0.01408602	0.008354531
$p_5 = p$	1.693029	1.382472
p_6	0.9345794	1.082616
p_7	0	0.1762381
$\ln L$	-201.9685	-199.7771

<i>AIC</i>	413.937	409.5542
------------	---------	----------

Dari Tabel 3 dapat diketahui bahwa nilai log *likelihood* untuk *full model* lebih besar dari pada nilai log *likelihood* untuk *null model*, sedangkan nilai *AIC* untuk *full model* lebih kecil dari pada *null model*, sehingga berdasarkan metode *likelihood* maksimum estimasi parameter untuk *full model* lebih baik dibandingkan dengan *null model*.

Representasi grafis dari *full model* dan *null model* digambarkan melalui plot proses residual pada Gambar 3. Garis hitam pada plot tersebut merepresentasikan *full model*, sedangkan garis merah putus-putus merepresentasikan *null model*. Jika kedua garis dari kedua model tersebut semakin mendekati garis lurus yang berwarna biru, maka model dapat dikatakan semakin akurat dalam mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model *ETAS* pada gempa bumi di Jawa Barat.



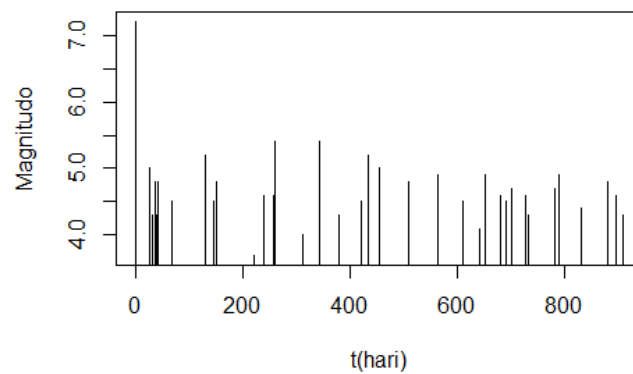
Gambar 3. Plot residual model *ETAS* pada gempa bumi di Jawa Barat

Pada Gambar 4.4, terlihat bahwa garis dari kedua model mendekati garis lurus dan berhimpit. Berdasarkan hasil estimasi parameter model *ETAS* pada tabel 3 dan plot residual diperoleh hasil untuk *null model* dan *full model* yang tidak jauh berbeda. *Full model* lebih baik digunakan untuk mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat dimana magnitudo mengikuti parameter untuk gempa di Jawa Barat. Diperoleh estimasi parameter untuk gempa di Jawa Barat menggunakan *full model* yaitu $\mu = 0.04402550$, $K = 4.673611e^{-9}$, $\alpha = 59.47504$, $c = 0.00835453$, $p = 1.382472$

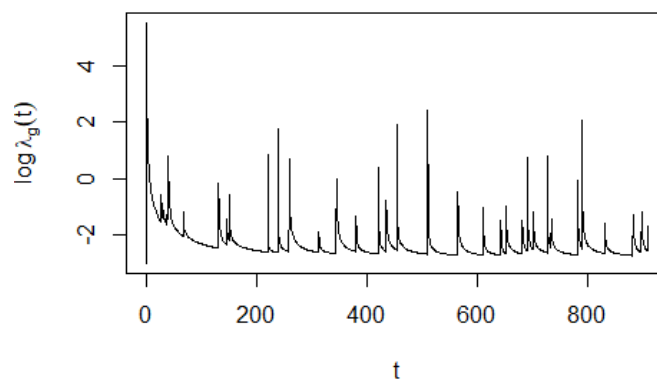
$$\lambda(t|H_t) = 0.0440 + 4.673611e^{-9} \sum_{t_i < t} e^{59.4750(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{0.00835}\right)^{1.3825}$$

Berdasarkan estimasi parameter tersebut, dapat diketahui bahwa gempa bumi pada tanggal 02 September 2009 di Tasikmalaya Jawa Barat mempunyai laju kegempaan dasar sebesar 0.0440 gempa bumi/hari, produktivitas gempa susulan sebesar $4.673611e^{-9}$ gempa susulan/hari, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu yang menghasilkan gempa susulan sebesar 59.47504/magnitudo, laju peluruhan gempa susulan menurut skala waktu secara keseluruhan masing-masing sebesar 0.00835453 gempa/hari dan 1.382472 gempa.

Berikut plot dari magnitudo dan waktu kejadian gempa bumi di Jawa Barat pada Gambar 4.5 dan plot logaritma fungsi intensitas bersyarat pada Gambar 4.6.



Gambar 4. Plot Magnitudo dan Waktu



Gambar 5. Plot Logaritma Fungsi Intensitas Bersyarat Model ETAS

Berdasarkan Gambar 4 menunjukkan bahwa berdasarkan titik gempa bumi di Tasikmalaya Jawa Barat terbesar terdapat beberapa kejadian gempa bumi yang berkekuatan lebih dari 5 mw yaitu 7.2 pada tanggal 02 September 2009, 5.2 mw pada tanggal 10 Januari 2010, 5.4 mw pada tanggal 18 Mei 2010, 5.4 mw pada tanggal 11 Agustus 2010, dan 5.2 pada tanggal 9 November 2010.

Gambar 5 juga menunjukkan bahwa pada kejadian gempa di Tasikmalaya Jawa Barat pada tanggal 02 September 2009, 10 Januari 2010, 18 Mei 2010, 11 Agustus 2010, 9 November 2010 memiliki nilai fungsi intensitas yang cukup besar. Berdasarkan kedua plot tersebut dapat disimpulkan apabila frekuensi terjadinya gempa susulan tinggi maka fungsi intensitas bersyarat juga tinggi dan apabila kejadian gempa bumi terjadi dengan magnitudo yang besar, maka cenderung mempunyai fungsi intensitas bersyarat yang besar, artinya kejadian gempa bumi dengan magnitudo besar cenderung memiliki probabilitas dalam waktu singkat terdapat satu kejadian gempa susulan yang besar per hari.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Hasil estimasi setiap parameter fungsi intensitas bersyarat model ETAS menunjukkan bahwa *full model* dengan magnitudo berdistribusi gamma yang mampu mewakili kejadian gempa bumi di Jawa Barat .
2. Dengan metode estimasi *likelihood* maksimum diperoleh estimasi parameter model ETAS data gempa bumi di Jawa Barat. Hasil estimasi parameter tersebut yaitu laju kegempaan dasar sebesar 0.04402, produktivitas gempa susulan sebesar $4.673611e^{-9}$, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar

59.4750, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.0083, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 1.3825.

3. Berdasarkan plot magnitudo dan plot logaritma fungsi intensitas bersyarat, kejadian gempa bumi dengan magnitudo besar cenderung memiliki probabilitas dalam waktu singkat terdapat satu kejadian gempa susulan yang besar pula per hari.

Daftar Pustaka

- [1] Console, R., Murru, M., & Falcone, G. (2010). Retrospective forecasting of $M \geq 4.0$ earthquakes in New Zealand. *Pure and Applied Geophysics*, 167(6), 693–707.
- [2] Daley, D. J., & Vere-Jones, D. (2007). *An Introduction to the Theory of Point Processes: Volume I: Elementary Theory and Methods*. Springer.
- [3] Fisher, R. A. (1922). On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 222(594-604), 309-368.
- [4] Harte, D. (2010). PtProcess: An R package for modelling marked point processes indexed by time. *Journal of Statistical Software*, 35, 1-32.
- [5] Mutiah, S., Pratiwi, H., & Handajani, S. S. (2019). Penerapan Model Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) pada Data Gempa Bumi Sulawesi dan Jawa.
- [6] Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical association*, 83(401), 9-27.
- [7] Ogata, Y. (1998). Space-time point-process models for earthquake occurrences. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 50, 379- 402.
- [8] Ogata, Y. (1999). Seismicity analysis through point-process modeling: A review. *Seismicity patterns, their statistical significance and physical meaning*, 471-507.
- [9] Pusat Studi Gempa Nasional. (2017). *Peta Sumber dan Bahaya Gempa Indonesia Jakarta*: Pusat Penelitian dan Pengembangan Perumahan dan Pemukiman.
- [10] Supartoyo, dan Surono. (2009). Kegempaan di Wilayah Jawa Barat dan Kejadian Gempa bumi Jawa Barat Selatan Tanggal 2 September 2009, *Jurnal Gunungapi dan Mitigasi Bencana Geologi*, 1(2).
- [11] Schoenberg, F. P., Brillinger, D. R., & Guttorp, P. (2012). Point Processes, Spatial-Temporal. *Encyclopedia of Environmetrics*.
- [12] Utsu, T. (1969). Instructions for use Aftershocks and Earthquake Statistics (I). *Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University*, 3(3), 129–195.
- [13] Wijaya, A. R. (2023). Model ETAS Spatio-Temporal pada Analisis Pemetaan Intensitas Kegempaan di Wilayah Sumatera. *Jambura Journal of Mathematics*, 5(1), 179–188.
- [14] Zhuang, J. (2000). Statistical modelling of seismicity patterns before and after the 1990 Oct 5 Cape Palliser earthquake, New Zealand. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*, 43(3), 447–460.
- [15] Ikhsanudin, Istiyono, E., & Syamsuddin, S. (2023). Efek Besaran Simpangan Baku Sampel terhadap Nilai Residu dalam Analisis Regresi Berganda Tiga Variabel Bebas. *Statistika*, 23(2), 88–95. <https://doi.org/10.29313/statistika.v23i2.1661>
- [16] Karimuse, W. Y., Nohe, D. A., & Siringoringo, M. (n.d.). *Pendekatan Regresi Nonparametrik Kernel pada Data IHSG Periode Januari 2020-Desember 2021* (Vol. 23, Issue 1). <https://www.idx.co.id/>
- [17] Meidianingsih, Q., Wardani, D. E., Salsabila, E., Nafisah, L., & Mutia, A. N. (n.d.). Perbandingan Performa Metode Berbasis Support Vector Machine untuk Penanganan Klasifikasi Multi Kelas Tidak Seimbang (Vol. 23, Issue 1).