

Penerapan Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) dalam Memprediksi Banyak Gempa Bumi di Barat Pulau Jawa

Githa Aulia*, Sutawanir Darwis

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*githaaulia03@gmail.com, sutawanir.darwis@unisba.ac.id

Abstract. Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) is capable of describing both short and long-memory time series through the use of fractional differencing (d) values. This study aims to apply the ARFIMA (p, d, q) model to predict the frequency of earthquakes in west of Java, Indonesia, in upcoming periods. Utilizing secondary data from United States Geological Survey (USGS) spanning from 1971 to 2023, the parameters (p, q) were estimated using the maximum likelihood estimation method, while the differencing parameter (d) was estimated using the *Rescaled Range Statistics* (R/S) method, resulting in $d = 0,273$. The best fit model was *ARFIMA* ($1; d; 1$) with the equation $(1 - \phi_1 B)(1 - B)^{0,273} Z_t = \theta_1(B) e_t$ and with an AIC value of 110,883. The model predicts 7 future periods, indicating a general increase in earthquake activity in west of Java, although fluctuations in the predictions suggest a tendency towards decreasing volatility.

Keywords: *ARFIMA, Earthquake, Prediction.*

Abstrak. *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) mampu menjelaskan runtun waktu jangka pendek (*short memory*) maupun jangka panjang (*long memory*) dengan nilai *differencing* (d) bernilai pecahan. Tujuan utama penelitian ini adalah bagaimana penerapan model ARFIMA (p, d, q) dalam memprediksi banyak gempa bumi di barat Pulau Jawa pada periode selanjutnya. Menggunakan data sekunder USGS (*United States Geological Survey*) tahun 1971-2023, estimasi parameter (p, q) menggunakan metode *maximum likelihood* d dan estimasi parameter *differencing* (d) dengan metode *analisis Rescaled Range Statistics* (R/S) memberikan hasil $d = 0,273$, dimana model terbaik terpilih adalah ARFIMA($1; d; 1$) dengan persamaan model $(1 - \phi_1 B)(1 - B)^{0,273} Z_t = \theta_1(B) e_t$ dan nilai AIC sebesar 110,883 yang menghasilkan 7 periode prediksi dengan pergerakan kejadian gempa bumi di barat Pulau Jawa relatif meningkat meskipun fluktuasi prediksi cenderung menurun.

Kata Kunci: *ARFIMA, Gempa bumi, Prediksi.*

A. Pendahuluan

Indonesia terletak di antara pertemuan tiga lempeng tektonik aktif, yaitu lempeng Indo-Australia, lempeng Eurasia, dan lempeng Pasifik yang berpotensi menjadi sumber gempa bumi bermagnitudo besar. Dampak kondisi tektonik ini menjadikan Indonesia rawan akan bencana gempa bumi terutama di bagian barat dan selatan Indonesia yang juga dilewati jalur cincin api (1). Terkhusus dalam hal ini bagian barat Pulau Jawa, yang ditandai dengan banyaknya gunung berapi aktif juga kerawanan gerakan tanah akibat patahan (sesar).

Penghujung tahun 2022 lalu, telah terjadi gempa bumi berkekuatan Mw 5.6 dengan kedalaman 11km berlokasi di Kabupaten Cianjur, Jawa Barat. Berdasarkan laporan dari Badan Geologi Pusat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi (2022). Hingga 28 November 2022, pukul 07:00 WIB, BMKG mencatat terjadi setidaknya 297 gempa susulan dengan rentang kekuatan magnitudo M1-M4 pada kedalaman rata-rata sekitar 10km yang menurut BNPB (2022) menimbulkan setidaknya 268 korban jiwa dan lebih dari 2.000 rumah rusak (4).

Walaupun sesungguhnya, peristiwa gempa bumi belum dapat diprediksi secara pasti, penting untuk melakukan sebuah prediksi sebagai upaya mitigasi bencana dari dampak negatif yang mungkin timbul (5). Untuk menggambarkan intensitas kejadian gempa bumi yang mungkin terjadi akan diolah dengan menggunakan metode perhitungan deret waktu *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) yang dapat mengatasi kelemahan pada model sebelumnya yaitu model ARIMA dalam menjelaskan runtun waktu jangka pendek (*short memory*) maupun jangka panjang (*long memory*).

Metode prediksi dengan model ARFIMA telah dilakukan diberbagai bidang, beberapa penelitian terkait analisis kejadian gempa tektonik pernah dilakukan antara lain oleh Rizal, dkk. (2016) yang melakukan analisis kejadian gempa bumi tektonik di wilayah Pulau Sumatera menggunakan metode ARFIMA dimana diperoleh hasil prediksi terhadap banyaknya gempa tektonik dan rata-rata magnitudo dari banyaknya gempa tektonik yang bersifat fluktuatif, Wattimanela dan Latupeirissa (2020) menganalisis karakteristik gempa tektonik yang terjadi di Provinsi Nusa Tenggara Barat dan sekitarnya, dan penelitian lainnya oleh (Lembang, K., dkk. 2021) yang menganalisis kejadian gempa bumi tektonik yang terjadi di wilayah Maluku berdasarkan banyak kejadian gempa bumi dan rata-rata magnitudo gempa. Dalam beberapa kasus metode ARFIMA cenderung mendapatkan hasil yang lebih baik dibandingkan metode prediksi deret waktu lainnya Isao Ishida (2009), seperti penelitian yang dilakukan oleh Paridi (2019) yang melakukan perbandingan metode arima (box jenkins), arfima, regresi spektral dan SSA dalam prediksi jumlah kasus DBD di Rumah Sakit Hasan Sadikin Bandung, berkesimpulan bahwa model ARFIMA memberikan nilai *error* yang lebih baik dibandingkan model Arima pada prediksi kasus DBD di RSHS Bandung.

Merujuk fenomena diatas, maka penelitian ini bertujuan untuk penerapan model ARFIMA untuk prediksi banyak gempa bumi pertahun di bagian barat Pulau Jawa pada periode selanjutnya

B. Metodologi Penelitian

Data yang digunakan merupakan data sekunder katalog gempa bumi yang bersumber dari *website* USGS (*United States Geological Survey*). Data merupakan banyaknya gempa bumi pertahun di barat Pulau Jawa selama tahun 1971-2023 yang secara astronomis terletak di Lintang Selatan (-8,365°) hingga (-4,215°) dan Bujur Timur 104,919° hingga 109,138°, dengan batasan sampel pada rentang kedalaman maksimal 100km dibawah lapisan tanah, dan rentang besar magnitudo sebesar 3.5-10

magnitudo.

ARFIMA

Model ARFIMA merupakan pengembangan dari model ARIMA. Terdiri dari tiga parameter yaitu *Autoregressive* atau $AR(p)$, *Moving Average* atau $MA(q)$, dan d yang merupakan parameter pembeda berupa bilangan pecahan. Misalkan $z (z_1, z_2, \dots, z_t)$ merupakan data banyaknya kejadian gempa bumi dalam waktu (t), model ARFIMA (p, d, q) dapat ditulis sebagai berikut (9).

$$\phi_p(B)(1-B)^d z_t = \theta_q(B)e_t, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Dimana B adalah operator *backshift*, d merupakan parameter pembeda bernilai bilangan pecahan,

$e_t \sim \text{IIDN}(0; \sigma_e^2)$ *white noise* dengan *mean* nol dan *varians* σ^2 , $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$ adalah operator $AR(p)$, $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$ adalah operator $MA(q)$, $(1-B)^d = \nabla^d = \sum_{k=1}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k B^k$ operator fraksional.

Untuk d bernilai pecahan, operator *differencing* fraksional $(1-B)^d$ didefinisikan sebagai berikut $\nabla^d = (1-B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+d)!}{(k+1)!(d)!} (-B)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k$ Dimana $\binom{d}{k} = \frac{d!}{(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}$ merupakan binomial koefisien dengan $\Gamma(x)$ merupakan fungsi dari gamma.

Stasioneritas

Model prediksi data *time series* umumnya didasarkan atas asumsi stasioner dalam rata-rata dan *varians*. Dalam Wei (2006) dijelaskan bahwa suatu data runtun waktu dikatakan stasioner jika struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi yang konstan. Langkah pertama yang dapat dilakukan untuk melihat kestasioneran data adalah dengan melihat grafik sebaran datanya. Selain analisis grafik sebaran data, pengecekan stasioneritas dalam *varians* dapat dilakukan dengan memeriksa apakah *rounded value* ($\lambda \neq 1$) yang berarti data tidak stasioner terhadap *varians*, maka dapat ditangani dengan melakukan transformasi (Draper dan Smith 1998). Data yang telah ditransformasi kemudian dilakukan pengecekan stasioneritas dalam rata-rata dengan melakukan pengujian akar unit (*Unit Root Test*) menggunakan *Augmented Dickey Fuller* (ADF). Perumusan hipotesisnya sebagai berikut (Montgomery, dkk. 2019):

$H_0: \delta = 1$; data tidak stasioner

$H_1: \delta < 1$; data stasioner

Dengan statistik uji $t = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})}$ dan kriteria pengujian tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{tabel}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. $\hat{\delta}$ adalah estimator *least square* dan $SE(\hat{\delta})$ merupakan *standar error* dari nilai estimasi δ . Ketika data yang digunakan tidak stasioner dalam rata-rata, proses penanganan *differencing*.

Identifikasi Longmemory

Menurut Kartikasari (2015) *long memory* adalah fenomena pada data runtun waktu dimana setiap observasi memiliki korelasi yang cukup kuat dengan observasi lain dengan jarak observasi cukup jauh. Ada dua cara untuk mengidentifikasi pola *long memory* pada data, yaitu dengan melihat *Plot Autocorrelation Function* (ACF) yang turun secara lambat atau hiperbolik dan dengan menghitung nilai statistik *Hurst* (H) (Kartikasari, dkk. 2020). Nilai Hurst ditentukan dengan menentukan rata-rata $\bar{z} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_t$, *adjust mean* $z_t^{adj} = z_t - \bar{z}$, dan standar deviasi dari data deret waktu $S_t =$

$\sqrt{\sum_{t=1}^T \frac{(z_t - \bar{z})^2}{T}}$, dengan $t = 1, 2, \dots, T$ dan T adalah data gempa bumi. Selanjutnya menentukan simpangan kumulatif (z_t^*) dari rata-rata tertimbang $z_t^* = \sum_{t=1}^T z_t^{adj}$ dan rentang (R) dari simpangan kumulatif $R_t = \max(z_1^*, z_2^*, \dots, z_t^*) - \min(z_1^*, z_2^*, \dots, z_t^*)$. Nilai *Hurst Exponent* (H) melalui statistik R/S didapatkan dengan metode *ordinary least square* (OLS) sebagai berikut, $H = \frac{\log(\frac{R}{S})}{\log(t)}$. Apabila nilai *Hurst* (H) = 0,5 maka data bersifat *short memory*, bila $0 < H < 0,5$ maka data bersifat *intermediate memory*, dan bila $0,5 < H < 1$ maka data bersifat *long memory*. Metode yang disarankan untuk data yang mengikuti proses *long memory* adalah ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*).

Pembentukan Model ARFIMA

Estimasi parameter merupakan proses penentuan nilai parameter model yang digunakan untuk memodelkan data deret waktu. Tujuan dari estimasi parameter adalah untuk memperoleh nilai parameter yang paling sesuai dengan data yang diamati. Estimasi parameter *differencing* (d) dilakukan dengan menggunakan metode analisis *Rescaled Range* (R/S) yang juga digunakan dalam identifikasi dependensi jangka panjang (*long memory*) pada data runtun waktu. Perhitungan statistik *hurst* dilakukan dengan $\hat{d} = H - 0,5$ (Beran, 1994). Menurut (15), Jika $d = 0$, maka proses menunjukkan proses ARMA, jika $d \in (-0,5; 0,5)$, maka deret tersebut berkorelasi dengan dependensi memori panjang, dan jika $|d| \geq 0,5$, maka proses panjang tidak stasioner. Estimasi parameter $AR(p)$ dan $MA(q)$ dilakukan dengan menggunakan metode dilakukan menggunakan metode *maximum likelihood estimation* (McLeod, dkk. 2007). Metode ini digunakan karena semua informasi yang tersedia dalam data dapat digunakan.

Maximum likelihood estimation (McLeod, dkk. 2007) untuk persamaan AR stasioner $\hat{z}_t = \phi_1 \hat{z}_{t-1} + \dots + \phi_p \hat{z}_{t-p} + e_t$, dimana $\hat{z}_t = z_t - \mu$ dan proses *white noise* ($e_t \sim \text{IIDN}(0; \sigma_e^2)$) memiliki logaritma natural dari fungsi ekspektasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \ln L(\mu, \phi, \theta, \sigma^2) &= \ln [(2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T e_t^2 \right]] \\
 &= -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma_e^2) - \frac{1}{(2\sigma_e^2)} \sum_{t=1}^T e_t^2
 \end{aligned}$$

Dengan fungsi jumlah kuadrat residual bersyarat untuk ϕ $SRR_{AR} = \sum_{t=p+1}^T e_t^2$ dan $\hat{\sigma}_e^2 = \frac{s(\hat{\phi}, \hat{\mu})}{T}$

Fungsi $\ln L(\mu, \phi, \theta, \sigma^2)$ akan maksimum jika SRR minimum. Sehingga penduga parameter $AR(p)$ dapat diperoleh dengan mengambil turunan parsial dari SRR_{AR} terhadap $\phi_1, \dots, \phi_p$. Dengan persamaan *Yule Walker* diperoleh estimator $AR(1)$ adalah:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{t=p+1}^T (z_t z_{t-1})}{\sum_{t=p+1}^T (z_{t-1}^2)}$$

Solusi bagi θ bernilai riil dan *invertible* bila $|\rho_1| < 0,5$, sehingga estimator parameter $MA(1)$ adalah:

$$\hat{\theta}_1 = (\sum_{t=q+1}^T z_t e_{t-1}) / (\sum_{t=q+1}^T e_{t-1}^2)$$

Parameter yang telah diestimasi kemudian akan di uji untuk melihat apakah parameter model cukup layak untuk masuk kedalam model. Statististik pengujian dilakukan dengan membagi nilai estimasi parameter dengan nilai standard errornya, dimana H_0 ditolak jika $|t_{hitung}| > t_{tabel}$. Artinya parameter signifikan untuk dimasukan kedalam model.

Model terbaik

Model terbaik ditentukan dengan melihat nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) yang mempertimbangkan pemenuhan prinsip *parsimony* (kesederhanaan) dari banyaknya parameter yang digunakan dalam model. AIC dihitung dengan rumus $AIC(m) = T \ln \hat{\sigma}_z^2 + 2m$, dimana m adalah banyaknya parameter yang didugakan, T menunjukkan banyaknya observasi, dan $\hat{\sigma}_z^2$ merupakan nilai *varians error*.

Uji diagnostik model

Uji diagnostik dilakukan untuk memastikan bahwa model yang digunakan tidak hanya cocok dengan data yang ada tetapi juga dapat diandalkan untuk prediksi di masa depan. Uji diagnostik model dilakukan dengan pengujian *white noise L-Jung Box* dan uji normalitas *Kolmogorov-Smirnov*. Uji normalitas dilakukan untuk melihat kenormalan dari residual. Suatu residual dikatakan bersifat *white noise* jika residual model memenuhi asumsi identik dan independen (iid) atau tidak mengandung pola apapun dalam deret residual, perumusan hipotesis uji *L-Jung Box* adalah (Yanti 2010):

H_0 : Residual bersifat *white noise*

H_1 : Residual tidak bersifat *white noise*

Statistik uji dari *L-Jung Box* $Q = T(T+2) \sum_{k=1}^k \frac{\rho_k^2}{T-k}$, Dimana T adalah banyaknya observasi, ρ_k adalah autokorelasi residual pada *lag* ke- k , dan k adalah maksimum *lag*. Jika taraf signifikan yang digunakan sebesar $\alpha = 5\%$, maka kriteria pengujian yang digunakan adalah tolak H_0 jika, $Q > X_{\alpha, k-m}^2$ atau $p\text{-value} < \alpha$, dimana $m = p + q$.

Prediksi

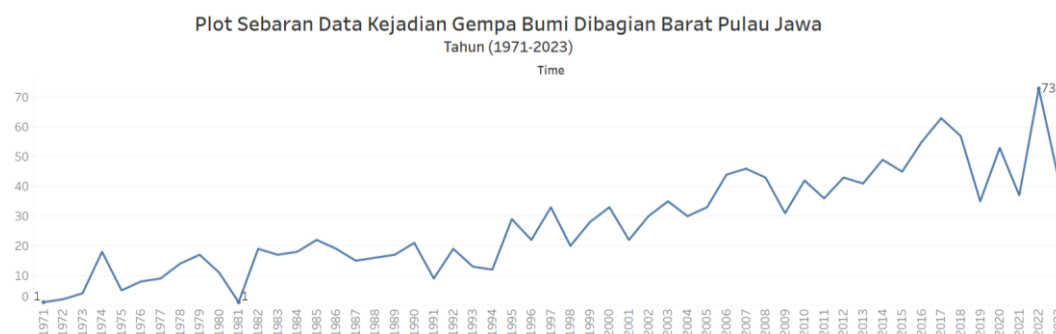
Kriteria standar yang digunakan untuk mendapatkan prediksi terbaik adalah rata-rata kesalahan kuadrat atau ekspektasi kesalahan kuadrat $E(z_{t+h-1}|z_1, z_2, \dots, z_t) = \hat{z}_t(h-1)$ untuk $h \geq 1, e_{t+h}$. Dengan model prediksi masa depan untuk $t+1$, $E(e_t|z_1, z_2, \dots, z_t) = e_t$ sebagai produk sampingan dari estimasi parameter model. Pada prediksi satu periode kedepan nilai $e_t(1)$ dihitung sebagai berikut:

$$e_t(1) = z_{t+1} - \hat{z}_t(1) = (\mu + e_{t+1} - \theta e_t) - (\mu + e_t) = e_{t+1}$$

Program R-Studio

Perhitungan dilakukan dengan bantuan *software* R-studio dengan bantuan beberapa *packages* khusus untuk membantu melakukan perhitungan analisis (cran.r-project.org) diantaranya: *arfima*, *forecast*, *fracdiff*, *pracma*, *nortest*, dan *aTSA*.

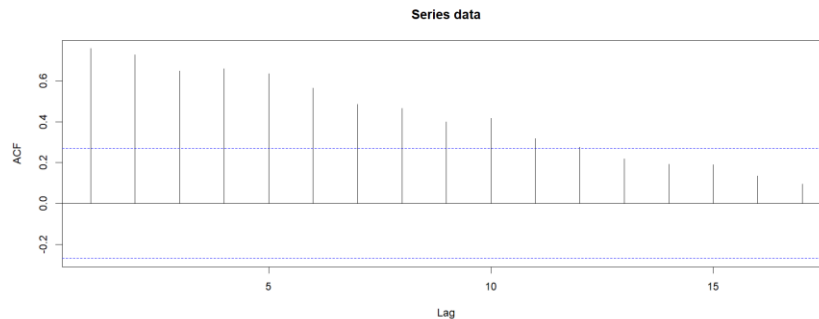
C. Hasil Penelitian dan Pembahasan



Gambar 1. Plot Kejadian Gempa Bumi Selama Tahun 1971-2023

Data gempa bumi di barat Pulau Jawa selama tahun 1971-2023 memiliki rata-rata sekitar 28 kejadian setiap tahunnya, dengan kejadian paling banyak terjadi pada tahun 2022 sebanyak 73 kali kejadian gempa bumi.

Identifikasi Longmemory



Gambar 2. Plot ACF Data Gempa Bumi

Meskipun tidak sempurna plot ACF pada Gambar 2 menunjukkan penurunan lambat secara hiperbolik, dengan perintah *hurstexp* () didapatkan nilai *Hurst* sebesar 0,773. nilai statistik *Hurst* yang didapatkan berada pada interval ($0,5 < H < 1$) artinya terindikasi bahwa data kejadian gempa bumi mempunyai pola dependensi jangka panjang atau *long memory*.

Stasioneritas

Uji stasioneritas dilakukan terhadap varians dan rata-rata. Hasil pengujian stasioneritas terhadap *variens* dengan Box-Cox mendapatkan nilai λ ($\lambda < 1$) seperti yang ditunjukkan pada Tabel 1, sehingga akan dilakukan transformasi data dengan mengangkat nilai λ terhadap data.

Tabel 1. Nilai *Rounded Value* (Lambda) Uji Box-Cox

	λ
Data Observasi (z_t)	0,586

Data yang telah ditransformasikan kemudian dilakukan pengecekan stasioneritas terhadap rata-rata dengan melakukan Uji Hipotesis *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Dengan menggunakan *library* (aTSA) didapatkan hasil uji ADF seperti pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Nilai Pengujian ADF

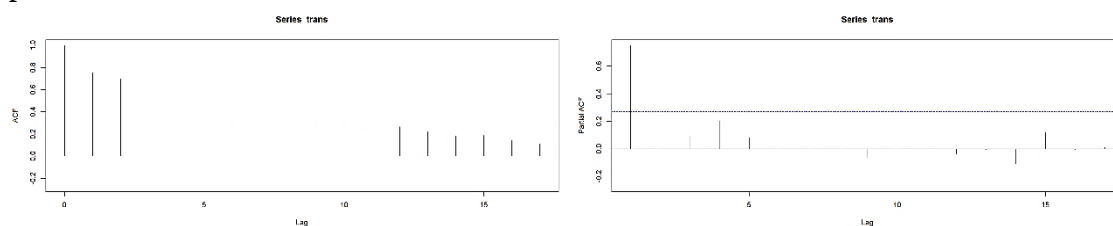
Lag	Type 1 No Drift No Trend		Type 2 With Drift No Trend		Type 3 With Drift and Trend	
	ADF	P-value	ADF	P-value	ADF	P-value
0	-0,536	0,484	-2,837	0,064	-7,67	0,01
1	0,554	0,798	-1,826	0,395	-5,16	0,01
2	0,846	0,882	-1,593	0,484	-4,95	0,01
3	1,382	0,955	-0,797	0,764	-3,64	0,039

Pada pengujian stasioneritas tipe 1 dan 2 menghasilkan nilai *p-value* lebih besar dari derajat kepercayaan 5% untuk setiap lag, artinya data dianggap tidak stasioner dan hipotesis H_0 diterima, namun pengujian stasioneritas pada tipe 3 menghasilkan nilai *p-value* lebih kecil dari derajat kepercayaan 5% pada setiap lag, artinya data dianggap

stasioner dan hipotesis H_0 ditolak. Dikarenakan hasil uji pada tipe 1 dan 2 data belum stasioner, maka akan dilakukan penanganan stasioneritas *differencing* pada data transformasi berdasarkan nilai d , sebelum membangun model lebih lanjut untuk hasil analisis yang lebih akurat dan relevan.

Estimasi Parameter Model

Estimasi parameter *differencing* d dilakukan dengan menggunakan analisis *Rescaled Range Statistics* (R/S) yang digunakan dalam identifikasi dependensi jangka panjang (*long memory*) pada data runtun waktu yang dihitung dengan $\hat{d} = H - 0,5$. Nilai statistik Hurst yang didapatkan sebelumnya sebesar $H = 0.773$, sehingga nilai estimasi parameter $d = 0,273$.



Gambar 3. Plot ACF dan PACF Gempa Bumi di Barat Pulau Jawa

Gambar 3. Menunjukkan 11 *lag cut off* pada plot ACF yang dihasilkan dan 2 *lag cut off* pada plot PACF. Sehingga dapat diidentifikasi model yang terbentuk adalah MA(11) dan AR(2), dengan 11 kombinasi model tentatif sebagai berikut:

1. ARFIMA (1; d ;0)
2. ARFIMA (0; d ;1)
3. ARFIMA (1; d ;1)
4. ARFIMA (2; d ;0)
5. ARFIMA (0; d ;2)
6. ARFIMA (1; d ;2)
7. ARFIMA (2; d ;1)
8. ARFIMA (2; d ;2)
9. ARFIMA (2; d ;11)
10. ARFIMA (0; d ;11)
11. ARFIMA (1; d ;11)

Uji estimasi parameter untuk 11 model tentatif dengan nilai $d = 0.273$ ditunjukkan pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter Model ARFIMA

		<i>Estimate</i>	<i>Std, Error</i>	<i>Th, Std, Error</i>	<i>z-value</i>	<i>Pr(> z)</i>	
ARFIMA (1;d;0)	ϕ_1	-0,298	0,159	0,173	-1,870	0,061	
ARFIMA (0;d;1)	θ_1	0,254	0,164	0,270	1,551	0,121	*
ARFIMA (1;d;1)	ϕ_1	-0,965	0,070	0,056	-13,754	0,000	***
	θ_1	-0,847	0,145	0,119	-5,852	0,000	***
ARFIMA (2;d;0)	ϕ_1	-0,239	0,208	0,268	-1,150	0,250	
	ϕ_2	0,107	0,193	0,206	0,554	0,579	
ARFIMA (0;d;2)	θ_1	0,252	0,207	0,250	1,221	0,222	
	θ_2	-0,098	0,130	0,153	-0,749	0,454	
ARFIMA (2;d;1)	ϕ_1	-1,197	0,209	0,195	-5,725	0,000	***
	ϕ_2	-0,199	0,209	0,194	-0,951	0,341	
	θ_1	-0,981	0,017	0,034	-57,053	0,000	***
ARFIMA (1;d;2)	ϕ_1	-0,975	0,065	0,049	-14,900	0,000	***
	θ_1	-0,741	0,202	0,251	-3,668	0,000	***
	θ_2	0,135	0,204	0,244	0,664	0,507	
ARFIMA (2;d;2)	ϕ_1	0,007	0,067	0,060	0,097	0,923	
	ϕ_2	0,956	0,068	0,068	14,045	0,000	***
	θ_1	-0,169	0,276	0,456	-0,613	0,540	

		<i>Estimate</i>	<i>Std, Error</i>	<i>Th, Std, Error</i>	<i>z-value</i>	<i>Pr(> z)</i>	
	θ_2	0,643	0,200	0,350	3,217	0,001	**

Hasil estimasi parameter pada model dengan MA(11) dihilangkan karena memberikan nilai estimasi NaN. Hasil uji estimasi parameter delapan model tentatif dengan nilai $d = 0,273$ pada Tabel 3 menunjukkan bahwa hanya model *ARFIMA* (0; d ; 1) dan *ARFIMA* (1; d ; 1) yang signifikan di semua parameter. Ditunjukkan dengan nilai statistik $|z| > z$ tabel (0,159) yang diberi tanda bintang (*).

Model Terbaik

Pemilihan Model terbaik dilakukan dengan perintah *AIC(model)* untuk melihat nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) dari model signifikan. Nilai AIC terkecil yang ditunjukkan pada Tabel 4 yaitu 110,8827 untuk model *ARFIMA*(1;0,273;1) yang kemudian digunakan untuk proses prediksi banyak gempa bumi di bagian barat Pulau Jawa.

Tabel 4. Nilai AIC Model ARFIMA

MODEL	AIC
ARFIMA (0;0,273;1)	110,946
ARFIMA (1;0,273;1)	110,883

Uji Diagnostik Model

Hasil Uji diagnostik yang dilakukan meliputi uji asumsi residual bersifat acak memenuhi *white noise* menggunakan statistik uji Ljung-Box dan residual berdistribusi normal menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Tabel 5. Uji Diagnostik Model ARFIMA (1; d ;1) dengan $d = 0.273$

	<i>Ljung-Box</i>	<i>Kolmogorov-smirnov</i>
Statistik uji	2,151	0,085
<i>p-value</i>	0,1425	0,447
Ket	<i>White Noise</i>	Normal

Kriteria uji dari diagnostik model adalah H_0 ditolak jika statistik $Q > X^2_{\alpha,k-m} = 2,151$ atau $p - value < \alpha = 0,05$ yang artinya residual model bersifat *white noise*, dan $D < K = 0,224$ atau $p - value > \alpha = 0,05$ yang artinya residual model berdistribusi normal. Berdasarkan hasil uji diagnostik pada **Tabel 5** disimpulkan bahwa residual model *ARFIMA*(1; 0,273; 1) bersifat *white noise* dan berdistribusi normal.

Prediksi

Model terpilih *ARFIMA*(1;0,273;1) selanjutnya digunakan untuk melakukan prediksi h periode ke depan yang dalam hal ini akan dilakukan prediksi untuk 7 periode. Prediksi dilakukan dengan mengganti indeks t menjadi $T+h$ sebagai berikut:

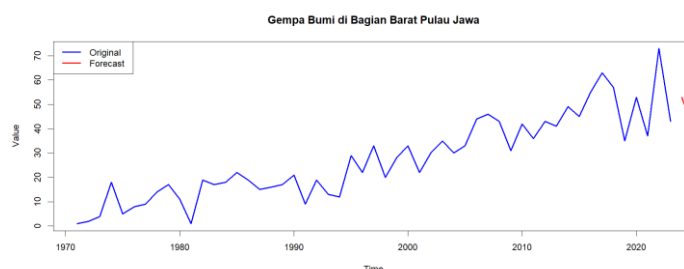
$$\begin{aligned}
 (1 - \phi_1 B)(1 - B)^{0,273} Z_t &= \theta_1(B) e_t \\
 (1 - \phi_1 B) \left(1 - 0,273B - \frac{1}{2}(1 - 0,273) 0,273b^2 - \frac{1}{6}(1 - 0,273) (2 - 0,273) dB^3 + \dots \right) Z_t \\
 &= \theta_1(B) e_t \\
 z_t &= (0,273 + \phi_1)z_{t-1} + (0,099 - 0,273\phi_1)z_{t-2} + (0,057 - 0,099\phi_1)z_{t-3} - 0,057\phi_1 z_{t-4} \\
 &\quad + \dots + \theta_1 e_{t-1} + e_t \\
 \hat{z}_t(h) &= (0,273 + \phi_1)z_{T+h-1} + (0,099 - 0,273\phi_1)z_{T+h-2} + (0,057 - 0,099\phi_1)z_{T+h-3} - \\
 &\quad 0,057\phi_1 z_{T+h-4} + \dots + \theta_1 e_{T+h-1} + e_{T+h}
 \end{aligned}$$

Hasil prediksi banyak gempa bumi untuk 7 periode kedepan adalah sebagai berikut:

Tabel 6. Tabel Hasil Prediksi 7 Periode Kedepan

Periode	Prediksi
2024	53
2025	39
2026	49
2027	37
2028	47
2029	36
2030	45

Dari model ARFIMA(1;0,273;1), dapat diketahui bahwa data Gempa bumi di barat Pulau Jawa dipengaruhi oleh kejadian gempa pada periode sebelumnya, dimana jumlah kejadian gempa bumi akan bergerak terus naik turun setiap tahun, dengan pergerakan grafik relatif meningkat dengan nilai prediksi kejaian cenderung menurun.



Gambar 4. Plot Data Prediksi Gempa Bumi Di Bagian Barat Pulau Jawa

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data gempa bumi di barat Pulau Jawa selama tahun 1971-2023 dengan model ARFIMA didapatkan kesimpulan sebagai berikut. Hasil estimasi parameter dengan metode analisis *Rescaled Range Statistics* (R/S) memberikan hasil estimasi $d = 0,273$, dimana model terbaik yang terpilih adalah ARFIMA(1; d ;1) dengan nilai AIC sebesar 110,883. Residual model bersifat *white noise* dan berdistribusi normal. Persamaan model terpilih adalah $(1 - \phi_1 B)(1 - B)^{0,273} Z_t = \theta_1(B)e_t$ dengan persamaan model prediksi untuk h periode kedepan sebagai berikut: $\hat{z}_t(h) = (0,273 + \phi_1)z_{T+h-1} + (0,099 - 0,273\phi_1)z_{T+h-2} + (0,057 - 0,099\phi_1)z_{T+h-3} - 0,057\phi_1 z_{T+h-4} + \dots + \theta_1 e_{T+h-1} + e_{T+h}$

Hasil prediksi untuk tujuh periode kedepan, didapatkan kesimpulan bahwa kejadian gempa bumi akan terus naik turun setiap tahunnya, dengan pergerakan grafik relatif meningkat dengan nilai prediksi kejaian cenderung menurun

Acknowledge

Ucapan terimakasih penulis ucapkan kepada seluruh pihak yang yang senantiasa memberi doa, dukungan serta dorongan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Ucapan terimakasih yang terkhusus saya sampaikan kepada kedua orang tua dan kaka penulis atas segala bentuk do'a, motivasi, dan dorongan semangat yang diberikan selama ini, dan Prof. Dr. Sutawanir Darwis selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu dalam memberikan bimbingan, masukan, saran yang membangun sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Daftar Pustaka

- [1] Maryanto Rompon, Hamim Tsalis Soblia, Putri Monika, Atje Setiawan Abdullah, Budi Nurani Ruchjana. Identifikasi Autokorelasi Spasial Warisan Budaya Tak Benda di Indonesia Menggunakan Indeks Moran. *Statistika*. 2023 Dec 11;23(2):156–63.
- [2] Badan Geologi Pusat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi. Badan Geologi Pusat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi. 2022. Laporan dan Rekomendasi Teknis Gempa Bumi Tanggal 21 November 2022 di Kabupaten Cianjur, Provinsi Jawa Barat.

- [3] BNPB. Badan Nasional Penanggulangan Bencana. 2022 [cited 2023 May 23]. Kerusakan Bangunan Akibat Gempabumi M5,6 Cianjur. Available from: <https://www.bnpb.go.id/berita/kerusakan-bangunan-akibat-gempabumi-m5-6-cianjur>
- [4] Shalsadilla N, Martha S, Perdana H, Satyahadewi N, Sulistianingsih E, Program), et al. Penentuan Jumlah Cluster Optimum Menggunakan Davies Bouldin Index dalam Pengelompokan Wilayah Kemiskinan di Indonesia [Internet]. Vol. 23. 2023. Available from: <https://bps.go.id>
- [5] Hananti H, Jaya IGNM, Irlandia Ginanjar. Pemodelan Kasus Gizi Buruk Balita di Indonesia Menggunakan Panel Quantile Regression Model. *Statistika*. 2023 Nov 23;23(2):116–22.
- [6] Jose Rizal, Sigit Nugroho, Adi Irwanto. Analisis Kejadian Gempa Bumi Tektonik di Wilayah Pulau Sumatera. *Jurnal Matematika*. 2016;1–14.
- [7] H J Wattimanela, S J Latupeirissa. Analysis of Tectonic Earthquake Characteristics in The Province of Nusa Tenggara Barat Indonesia and Its Surroundings. *J Phys Conf Ser*. 2020;
- [8] USGS. United State Geological Survey . USGS (United State Geological Survey) .
- [9] Box GEP, Jenkins GM, Reinsel GC, Ljung GM. *Time Series Analysis Forecasting And Control*. Vol. 5. 2016.
- [10] Wei WWS. *Time Series Analysis-Univariate and Multivariate Methods*. Vol. 2. 2006.
- [11] Draper NR, Smith H. *Applied Regression Analysis, Third Edition*. Vol. 3. 1998.
- [12] Montgomery DC, Jennings CL, Kulahci M. *Introduction To Time Series Analysis And Forecasting*. second. Canada: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.; 2019.
- [13] Kartikasari P. Studi Simulasi Pengaruh Outlier terhadap Pengujian Linieritas dan Long Memory beserta Aplikasinya pada Data Return Saham. Surabaya; 2015.
- [14] Kartikasari P, Yasin H, Asih I Maruddani D. ARFIMA Model for Short Term Forecasting of New Death Cases COVID-19. In: *E3S Web of Conferences*. EDP Sciences; 2020.
- [15] Hosking JRM. Fractional differencing. *Biometrika*. 1981;68(1):165–76.
- [16] Mcleod AI, Yu H, Krougly ZL. Algorithms for Linear Time Series Analysis: With R Package. *J Stat Softw* [Internet]. 2007;23(5). Available from: <http://www.jstatsoft.org/>
- [17] Yanti TS. *Analisis Deret Waktu*. Vol. 1. Pustaka Ceria, Yayasan PENA; 2010.
- [18] J.Q. Veenstra, A.I. McLeod. Package “arfima” Fractional ARIMA (and Other Long Memory) Time Series Modeling [Internet]. cran.r-project.org. cran.r-project.org; 2022 [cited 2023 Sep 14]. Available from: <https://cran.r-project.org/web/packages/arfima/index.html>