

Diagram Kendali Nonparametrik Sintetis *Exponentially Weighted Moving Average* dalam Memantau Rata-Rata Proses dan Penerapannya pada Data Pengukuran Core 4st PT ABCD

Shelly Tri Yuliyanti*, Suliadi

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*shellytriyuliyanti29@gmail.com, suliadi@gmail.com

Abstract. Control chart is a tools in statistical process control (SPC) used to monitor whether the the production process is stable or not. Control chrat was first developed by Shewhart. However, the Swehart type chart is not sensitive in detecting small shifts and the alternative is the EWMA control chart which is capable of detecting small shifts, but this chart assumming the observation process comes from normal distribution. The altervative is nonparametric EWMA Sign control chart that is appropriate for non normal data. To increase its power, Haq et al. (2018) proposed a synthetic chart that combines EWMA chart and conforming run length (CRL) sub-chart, called SynEWMA chart. This chart has better performance compared to control charts in general. This research applied the SynEWMA nonparametric control diagram to the core 4st data. Core 4st is one of the components in the motor starter dynamo and starter coil whose function is to strengthen the magnetic field and act as a fastener for the motor frame mount. In the phase I, it used non-parametric Shewhart control chart, it was obtained the mean process is $\mu_0 = 485150$. Using the SynEWMA control chart in phase II and $L=10$, a value of $k = 1,4679$, the control limits obtained were as follows: $UCL= 0.8380$ and $LCL=0.7854$. There were several points outside of the control limits or nonconforming. From these points, by comparing them with the L value, it can be concluded that there were out of control processes in observations 2, 3, 4, 5, 18, and 19.

Keywords: *Statistical Process Control, EWMA, Nonparametric, CRL, SynEWMA, core 4st.*

Abstrak. Diagram kendali merupakan suatu alat dalam pengendalian proses statistik (SPC) yang digunakan untuk memantau apakah suatu proses produksi stabil atau tidak. Diagram kendali pertama kali dikembangkan oleh Shewhart. Namun diagram kendali tipe Swehart kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil dan alternatifnya adalah peta kendali EWMA yang mampu mendeteksi pergeseran kecil, namun diagram kendali ini mengasumsikan proses pengamatan berasal dari distribusi normal. Alternatifnya adalah diagram kendali Tanda EWMA nonparametrik yang sesuai untuk data non normal. Untuk meningkatkan kekuatannya, Haq et al. (2018) mengusulkan diagram kendali sintetis yang menggabungkan diagram kendali EWMA dan sub-grafik run length (CRL) yang sesuai, yang disebut diagram kendali SynEWMA. Grafik ini mempunyai kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan diagram kendali pada umumnya. Penelitian ini menerapkan diagram kendali nonparametrik SynEWMA pada data core 4st. Core 4st merupakan salah satu komponen pada dinamo starter motor dan koil starter yang fungsinya untuk memperkuat medan magnet dan berfungsi sebagai pengikat dudukan rangka motor. Pada tahap I menggunakan diagram kendali Shewhart non parametrik diperoleh rata-rata proses $\mu = 4,8515$. Dengan menggunakan diagram kendali SynEWMA tahap II dan $L=10$ diperoleh nilai $k = 1,4679$ batas kendali diperoleh sebagai berikut: $BKA=0.8380$ dan $BKB=0.7854$. Terdapat beberapa titik di luar batas kendali atau tidak sesuai. Dari poin-poin tersebut, jika dibandingkan dengan nilai L maka dapat disimpulkan bahwa terjadi proses diluar kendali pada pengamatan ke-2, 3, 4, 5, 18, dan 19.

Kata Kunci: *Statistical Process Control, Nonparametrik, CRL, SynEWMA.*

A. Pendahuluan

Dalam dunia produksi, variabilitas dalam proses merupakan tantangan utama yang dapat mengakibatkan cacat produk, peningkatan limbah, dan biaya produksi yang meningkat. Salah satu alat yang umum digunakan dalam pengendalian kualitas adalah diagram kendali, yang diperkenalkan oleh Dr. Walter Shewhart pada tahun 1924.

Meskipun diagram kendali Shewart telah lama menjadi standar dalam pemantauan proses, kelemahannya terletak pada ketidakpekaan terhadap perubahan kecil dalam proses. Seiring dengan berkembangnya kebutuhan pengendalian yang lebih sensitif, dikembangkanlah diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) oleh S.W. Roberts pada tahun 1959. Meski efektif, diagram kendali EWMA memiliki keterbatasan ketika menghadapi data yang tidak mengikuti distribusi normal.

Dalam praktiknya, diagram kendali EWMA diimplementasikan mengikuti distribusi normal. Namun Human (2011) menunjukkan bahwa grafik EWMA tidak memiliki ketahanan yang cukup jika data menyimpang dari distribusi normal. Ketika asumsi kenormalan tidak terpenuhi, diagram kendali menghasilkan hasil yang tidak akurat dan memberikan sinyal palsu. Hal ini mengharuskan penggunaan diagram kendali berbasis statistic nonparametric atau diagram kendali nonparametrik. Yang et al (2011) telah menyarankan diagram kendali sign EWMA nonparametrik untuk memantau perubahan rata-rata proses yang kecil dari nilai target yang telah ditetapkan pada data yang tidak berdistribusi normal.

Sebagai pengembangan lebih lanjut, Bourke (1991) memperkenalkan diagram kendali *conforming run length* (CRL) untuk mengidentifikasi variasi atau pola dalam data berurutan. Integrasi antara CRL dan diagram kendali EWMA menghasilkan diagram kendali sintetis nonparametrik EWMA (SynEWMA), yang diusulkan oleh Haq et al (2018) yang berbasis uji tanda (*sign test*). Pendekatan ini dapat menanggulangi ketidakpastian distribusi normal selain itu SynEWMA menjanjikan kinerja lebih baik berdasarkan studi simulasi.

Penelitian ini akan menerapkan metode yang diajukan oleh Haq et al (2018) dalam pengendalian proses produksi core 4st di pabrik ABCD. Diharapkan bahwa pendekatan ini dapat secara signifikan meningkatkan efisiensi dan kualitas produk pada pabrik tersebut.

B. Metodologi Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah diagram kendali Nonparametrik SynEWMA dengan menggunakan data pengukuran produk core 4st. Produk tersebut merupakan salah satu bagian komponen yang berada pada dinamo stater motor serta koil stater yang fungsinya untuk memperkuat medan magnet dan sebagai pengikat dudukan rangka motor. Dengan menggunakan diagram kendali Shewhart nonparametric pada diagram fase I. Selanjutnya pada fase II, dengan menggunakan diagram kendali nonparametric SynEWMA. Pengambilan data dilakukan setiap hari dengan 1 kali proses produksi, pengamatan dilakukan sebanyak 20 kali pengamatan dengan pengambilan 5 unit sampel pada setiap pengamatan.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Uji Normalitas

Data pengukuran tebal core 4st pada PT. ABCD belum tentu sudah berdistribusi normal. Maka dari itu, perlu dilakukannya uji normalitas data yang dimana juga agar memenuhi asumsi distribusi normal sebelum membuat diagram kendali fase I. Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-smirnov, dengan hipotesis: H_0 : data berdistribusi normal dan H_1 : data tidak berdistribusi normal. Dari uji tersebut diperoleh statistik uji $D_{Hitung} = \max |S_n(x) - F_0(x)| = 0,296$ dengan nilai D tabel untuk taraf uji 5% adalah 0,0242. Karena nilai statistik uji lebih besar dari D tabel, maka H_0 ditolak, yang berarti data tidak berdistribusi normal. Oleh karena itu nanti akan menggunakan diagram kendali non prametrik untuk pengendalian proses.

Diagram Kendali Fase I

Fase I pada penelitian ini digunakan nilai $\alpha = 0,05$, $m = 30$, $n = 5$, $N = 30 \times 5 = 150$, dan parameter proses $\bar{\bar{X}} = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{i,j} = 4,8515$. Sehingga didapatkan nilai batas

kendali atas (BKA), garis tengah (GT), dan batas kendali bawah (BKB) menurut Jones Farmer et al. (2009) sebesar 2,895; 0; -2,895. Lalu mengjitung nilai Z_i untuk mengetahui apakah fase I terkendali atau tidak.

Tabel 1. Peringkat untuk Data Diagram Kendali Fase I

Sampel (i)	Hasil Pengukuran (mm) (j)					
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	$\bar{R}$
1	6,5	44,5	44,5	98	112,5	61,2
2	1	136,5	48	71,5	61,5	63,7
...	...	...	...	...	...	...
30	23	140,5	140,5	84	39,5	85,5

Mencari nilai ekspektasi dan varians menggunakan rumus berikut.

$$E(\bar{R}_i) = \frac{N + 1}{2}$$

$$= \frac{150+1}{2}$$

$$= 75,5$$

$$V(\bar{R}_i) = \frac{(N - n)(N + 1)}{12n}$$

$$= \frac{(150 - 5)(150 + 1)}{12(5)}$$

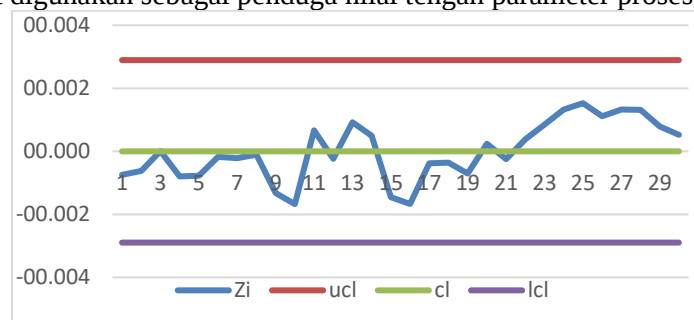
$$= 364,9167$$

Untuk menghitung nilai Z_i dapat dihitung dengan rumus:

$$Z_1 = \frac{61,2 - 75,5}{\sqrt{364,9167}}$$

$$Z_1 = -0,7486$$

Plot nilai Z_i semua pengamatan fase 1 dapat dilihat pada Gambar 1. Dari gambar tersebut terlihat bahwa semua titik pengamatan berada pada batas-batas kendali, sehingga data dari fase 1 ini dapat digunakan sebagai penduga nilai tengah parameter proses.



Gambar 1. Diagram Kendali Fase I

Parameter proses diduga sebagai berikut:

$$\mu = \bar{\bar{X}} = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{i,j}$$

$$\mu = \bar{X} = \frac{1}{150} \sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^5 X_{i,j}$$

$$\mu = 4,8515.$$

Didapatkan parameter proses yaitu μ dari perhitungan data fase I sebesar 4,8515 yang akan digunakan untuk perhitungan diagram kendali fase II.

Diagram Kendali Fase II

Diagram kendali nonparametrik sign-EWMA yang diusulkan oleh Haq dibangun dari berdasarkan uji tanda median. Misalkan $M_{ij} = X_{ij} - \mu$ dan $I_{ij} = 1$ untuk $M_{ij} > 0$, dan $I_{ij} = 0$ untuk $M_{ij} \leq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$. Didefinisikan $S_i = \sum_{j=1}^n I_{ij}$ yang akan menjadi variabel acak binomial dengan parameter n dan p , yaitu $S_i \sim Bi(n, p)$. Pada proses yang terkendali, $S_i \sim Bi(5, 0,50)$ untuk $i \geq 1$. Haq, et al (2018) tidak menggunakan statistik S_i secara langsung, tetapi mentransformasi dengan rumus $Q_i = \sin^{-1} \sqrt{\frac{S_i}{n}}$, di mana $Q_i \sim N\left(\sin^{-1}(\sqrt{p}), \frac{1}{4n}\right)$. Hal ini disebabkan karena distribusi binomial akan asimetris jika p jauh dari 0.5, sehingga salah satu solusi yang mungkin adalah menerapkan transformasi arcsine (Haq et al., 2018).

Pada proses fase II data sebanyak $m = 20$, sampel dengan ukuran $n = 5$ berdasarkan Haq et al. (2018) diperoleh nilai parameter $\lambda = 0,05$, $k = 1,4679$ serta $L = 10$ Dengan $H_0 = \sin^{-1}(\sqrt{0,50})$, nilai parameter proses $\mu = 4,8515$.

Tabel 2. Perhitungan Data Sampel Fase II

No	H_i	BKA	BKB	GT
1	0,746128	0,8380	0,7328	0,7854
2	0,708822	0,8380	0,7328	0,7854
3	0,728738	0,8380	0,7328	0,7854
4	0,726537	0,8380	0,7328	0,7854
5	0,724446	0,8380	0,7328	0,7854
6	0,72246	0,8380	0,7328	0,7854
7	0,764877	0,8380	0,7328	0,7854
8	0,78199	0,8380	0,7328	0,7854
9	0,798248	0,8380	0,7328	0,7854
10	0,80264	0,8380	0,7328	0,7854
11	0,806812	0,8380	0,7328	0,7854
12	0,800707	0,8380	0,7328	0,7854
13	0,804976	0,8380	0,7328	0,7854
14	0,820084	0,8380	0,7328	0,7854
15	0,813316	0,8380	0,7328	0,7854
16	0,806886	0,8380	0,7328	0,7854
17	0,766542	0,8380	0,7328	0,7854
18	0,728215	0,8380	0,7328	0,7854
19	0,72604	0,8380	0,7328	0,7854
20	0,768278	0,8380	0,7328	0,7854

Untuk menentukan Batas Kendali Atas dan Batas Kendali Bawah menggunakan rumus berikut.

$$UCL = \sin^{-1}(\sqrt{0,50}) + \frac{k}{2\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$= \sin^{-1}(\sqrt{0,50}) + \frac{1,46790}{2\sqrt{5}} \sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}}$$

$$= 0,8380$$

$$\text{CL} = \sin^{-1}(\sqrt{0,50})$$

$$= 0,7854$$

$$\text{LCL} = \sin^{-1}(\sqrt{0,50}) - \frac{k}{2\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$= \sin^{-1}(\sqrt{0,50}) - \frac{1,46790}{2\sqrt{5}} \sqrt{\frac{0,05}{2-0,05}}$$

$$= 0,7324$$

Nilai S_i dari ke-20 pengamatan tersebut adalah 0, 0, 4, 2, 2, 2, 5, 4, 4, 3, 3, 2, 3, 4, 2, 2, 0, 0, 2, 5. Selanjutnya nilai S_i ditransformasi menjadi Q_i , serta menghitung H_i

$$Q_1 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{0}{5}}$$

$$Q_1 = 0$$

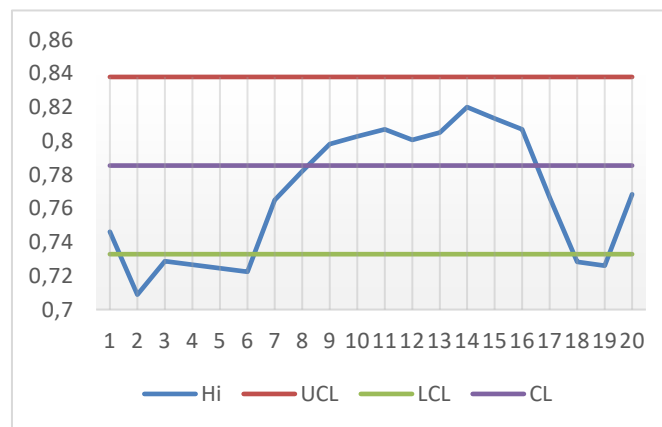
$$H_i = \lambda Q_i + (1 - \lambda) H_{i-1}$$

$$H_1 = \lambda Q_1 + (1 - \lambda) H_0$$

$$H_1 = (0,05)(0) + (1 - 0,05) \sin^{-1}(\sqrt{0,50})$$

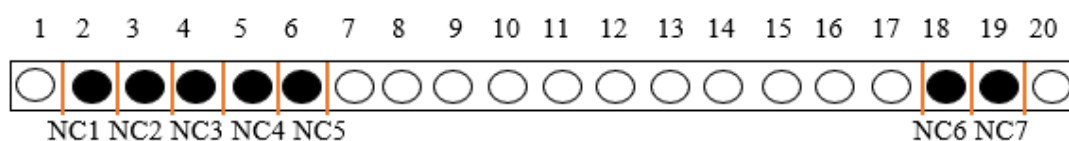
$$H_1 = 0,74613$$

Ketika telah didapatkan nilai H_i , BKA dan BKB dari perhitungan di atas, maka dapat dibuat tabel perhitungan fase II (Tabel 2). BKA serta BKB dari diagram SynEWMA dengan parameter proses yang diduga dihitung menggunakan persamaan didapatkan hasil sebesar 0,8380 serta 0,7328, maka dapat dibuat diagram kendali SynEWMA yang digambarkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Kendali SynEWMA

Dari hasil diagram kendali pada Gambar 2 menunjukkan untuk sub-grafik SynEWMA pada pengamatan ke-2, 3, 4, 5, 6, dan 18, 19 terjadi nonconforming karena berada di luar batas kendali atas dan batas kendali bawah.



Gambar 3. Sub-grafik CRL

Sub-grafik CRL pada Gambar 3 diperoleh dari titik-titik *nonconforming* pada diagram kendali sub-grafik SynEWMA. Jika dilihat dari Gambar 3 pada pengamatan ke-2, 3, 4, 5, 6, 18,

19 diperoleh nilai CRL masing-masing sebesar $CRL_1 = 2$, $CRL_2 = 1$, $CRL_3 = 1$, $CRL_4 = 1$, $CRL_5 = 1$, $CRL_6 = 12$, $CRL_7 = 1$. Dari hasil tersebut dapat diperoleh bahwa proses tidak terkendali karena nilai untuk $L=10$ pada pengamatan ke-2, 3, 4, 5, 18, dan 19. Maka dari hasil kedua sub-grafik tersebut, dapat dilihat bahwa proses tidak terkendali atau terjadinya pergeseran proses, yang artinya terdapat masalah pada prosesnya di titik pengamatan ke-2, 3, 4, 5, 18, dan 19.

D. Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat disimpulkan bahwa berdasarkan hasil pengujian pada fase I menggunakan diagram kendali fase I diperoleh hasil bahwa keseluruhan titik berada pada batas kendali. Dengan nilai BKA dan BKB sebesar $\pm 2,895$, sehingga diperoleh nilai parameter proses SynEWMA saat terkendali dengan nilai tengah proses $\mu=4,85150$. Kemudian untuk fase II, dari hasil pengujian pada diagram sintetis EWMA diperoleh nilai BKA sebesar 0,8380, serta nilai BKB sebesar 0,7324, dengan nilai $L=10$, nilai $k=1,4679$. Dari nilai-nilai tersebut, didapatkan hasil bahwa proses tidak terkendali atau terjadinya pergeseran proses, yang artinya terdapat masalah pada prosesnya pada titik pengamatan ke-2, 3, 4, 5, 18, dan 19.

Daftar Pustaka

- [1] Abid, M., Nazir, H. Z., Riaz, M., & Lin, Z. (2016). Use of RankedSet Sampling in Nonparametric Control Charts. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 3839(April). <https://doi.org/10.1080/02533839.2016.1152165>
- [2] Arnold, Taylor B.; Emerson, John W. (2011). "Nonparametric Goodness-of-Fit Tests for Discrete Null Distributions" ^(PDF). *The R Journal*. 3 (2): 34[Dash]39. doi:10.32614/rj-2011-016.
- [3] Bourke, P. D. (2018). Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100 % Inspection. *Journal of Qualify Technology*, 4065(July). <https://doi.org/10.1080/00224065.1991.11979328>
- [4] Calzada, M.E. and Scariano, S.M. (2001). The Robustness of the synthetic control chart to non-normality. *Journal of commun, statist.-simula*, 30:2, 311-326.
- [5] Crowder SV. A simple method for studying run length distributions of exponentially weighted moving average charts. *Dent Tech*. 1987; 29: 401- 407.
- [6] Crowder SV. Design of exponentially weighted moving average schemes. *J Qual Technol*. 1989; 21(3): 155- 162.
- [7] Goedhart, R., Schoonhoven, M., & Does, R. J. (2019). Nonaprametric control of the conditional performance in statistical process monitoring. *Journal Of Quality Technology*.
- [8] Graham, M. A., Chakraborti, S., & Human, S. W. (2011). A nonparametric EWMA sign chart for location based on individual measurements. *Quality Engineering*, 23(3), 227–241. <https://doi.org/10.1080/08982112.2011.575745>
- [9] Graham, M.A., Human, S.W., Chakraborti, S. 2009. A Phase I Nonparametric Shewhart-Type Control Chart based on the Median. *Journal of Applied Statistics*, Vol. 37, No.11, 1795-1813.
- [10] Haq, A. (2018). A new nonparametric synthetic EWMA control chart for monitoring process rata-rata. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 48(6), 1665–1676. <https://doi.org/10.1080/03610918.2017.1422750>
- [11] Jones-Farmer, L. Allison, Victoria Jordan, and Charles W. Champ. 2009. "Distribution-Free Phase I Control Charts for Subgroup Location." *Journal of Quality Technology* 41(3): 304–16.
- [12] Lucas JM, Saccucci MS. Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements. *Dent Tech*. 1990; 32(1): 1- 12.
- [13] Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*, Sixth Edition.

- John Wiley & Sons, New York.
- [14] Quraisy, A. (2020). Data Normality Using Kolmogorov-Smirnov and Shapiro-Wilk Tests. *J-HEST Journal of Health Education Economics Science and Technology*, 3(1), 7–11.
 - [15] EWMA Control Chart for Process Monitoring.” *Revista Colombiana de Estadística* 39(2): 167–84. <http://dx.doi.org/10.15446/rce.v39n2.58914>.
 - [16] Santoso, B. (2018, Februari 27). *Apa Fungsi Yoke dan Pole Core Pada Motor Stater?* Diambil kembali dari Pinhome: <https://www.pinhome.id/pinhome-home-service/insight/apa-fungsi-yoke-dan-pole-core-pada-motor-starter/#:~:text=Pole%20core%20%3A%20Berfungsi%20sebagai%20penopang,dialiri%20arus%20listrik%20dari%20baterai>
 - [17] Saida, L. (2011). Analisis penerapan bagan pengendali jumlah kumulatif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses.
 - [18] Scariano, M. S., & Calzada, M. E. (2009). *The Generalized Synthetic Chart*. Taylor and Francis
 - [19] Walpole, Ronald E., Raymond H Myers.; “Ilmu Peluang Dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuawan”, edisi ke-4, Penerbit ITB, Bandung, 1995.
 - [20] Wu, Z., & Spedding, T. A. (2018). A Synthetic Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean. *Journal of Quality Technology*, 4065(January). <https://doi.org/10.1080/00224065.2000.11979969>
 - [21] Yang, Su Fen, Jheng Sian Lin, and Smiley W. Cheng. 2011. “A New Nonparametric EWMA Sign Control Chart.” *Expert Systems with Applications* 38(5): 6239–43. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2010.11.044>
 - [22] Dewi, F., 1*, H., & Kudus, A. (2023). *Penanganan Data Missing dengan Algoritma Multivariate Imputation By Chained Equations (MICE)*. 1(1), 35–42. <https://doi.org/10.29313/datamath.v1i1.25>
 - [23] Widhi Aryanti, & Nur Azizah Komara Rifai. (2023). Penerapan Artificial Neural Network dengan Algoritma Backpropagation untuk Memprediksi Harga Saham. *Jurnal Riset Statistika*, 107–118. <https://doi.org/10.29313/jrs.v3i2.2953>
 - [24] Zain, M. N. (2022). Algoritma Artificial Neural Network dalam Klasifikasi Chest X-Rays Pasien COVID-19. *Jurnal Riset Statistika*, 137–144. <https://doi.org/10.29313/jrs.v2i2.1426>