

Model *Bayesian Median Autoregressive* (BayesMAR) untuk Meramalkan Ekspor Barang di Indonesia

Inggit Noer Asyiah Pratiwi*, Suliadi

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*i.noer16@gmail.com, suliadi@gmail.com

Abstract. Time series data is data derived from an observation taken sequentially in a certain time with the same interval. The goal is to estimate or to forecast future time series values. One of the robust time series models is Bayesian Median Autoregressive (BayesMAR). The advantage of the BayesMAR model is that it is more flexible and robust to outliers. Because the Bayesian framework itself includes the prior distribution of the median, where the median is robust to outliers and does not need to fulfill classical assumptions. This article applied BayesMAR model to forecast goods exports in Indonesia using data from 1990 to July 2023. The order p is selected by BIC_p and the minimum value is obtained at order 5 with the obtained model was $\hat{y}_t = 1,17432 + 1,18786y_{t-1} - 0,3124y_{t-2} + 0,06306y_{t-3} + 0,38462y_{t-4} - 0,51256y_{t-5} + 0,18942y_{t-6}$. Based on the model, the forecasting of goods exports in Indonesia for the next four periods is obtained, namely the 136th period (October 01, 2023) of 972.16619 trillion rupiah, the 137th period (January 01, 2024) of 946.23121 trillion rupiah, the 138th period (April 01, 2024) of 924.93310 trillion rupiah, and in the 139th period (July 01, 2024) of 962.05450 trillion rupiah.

Keywords: *Autoregressive, Bayesian Median Autoregressive, Export, Forecasting.*

Abstrak. Data deret waktu adalah data yang berasal dari suatu pengamatan yang diambil secara berurutan dalam waktu tertentu dengan interval yang sama. Tujuannya untuk memperkirakan atau meramalkan nilai deret waktu yang akan datang. Salah satu model deret waktu yang *robust* yaitu *Bayesian Median Autoregressive* (BayesMAR). Kelebihan model BayesMAR yaitu model ini lebih fleksibel. Karena kerangka kerja Bayesian itu sendiri yaitu memasukkan distribusi awal (prior) dari median, dimana median memiliki sifat *robust* terhadap penciliran dan tidak perlu memenuhi asumsi klasik. Dalam skripsi ini akan dibahas mengenai penerapan model *Bayesian Median Autoregressive* untuk meramalkan ekspor barang di Indonesia dengan menggunakan data dari tahun 1990 sampai Juli tahun 2023. Orde p dipilih dengan BIC_p dan diperoleh nilai yang paling minimum antara orde 1 sampai 10 yaitu orde 5. Maka model peramalan yang paling baik adalah menggunakan BayesMAR orde 5 dengan *differencing* satu kali sehingga modelnya $\hat{y}_t = 1,17432 + 1,18786y_{t-1} - 0,3124y_{t-2} + 0,06306y_{t-3} + 0,38462y_{t-4} - 0,51256y_{t-5} + 0,18942y_{t-6}$. Berdasarkan model tersebut diperoleh peramalan ekspor barang di Indonesia untuk empat periode ke depan yaitu periode ke-136 (01 Oktober 2023) sebesar 972,16619 triliun rupiah, periode ke-137 (01 Januari 2024) sebesar 946,23121 triliun rupiah, periode ke-138 (01 April 2024) sebesar 924,93310 triliun rupiah, dan pada periode ke-139 (01 Juli 2024) sebesar 962,05450 triliun rupiah.

Kata Kunci: *Autoregressive, Bayesian Median Autoregressive, Ekspor.*

A. Pendahuluan

Pemanfaatan data semakin beragam, salah satunya data deret waktu yang dapat dimanfaatkan terutama dalam bidang ekonomi. Tujuannya untuk memperkirakan atau meramalkan nilai deret waktu yang akan datang. Salah satu model yang umum digunakan adalah model autoregresif $AR(p)$. Namun model AR sensitif akan pencilan (*outlier*). Hal tersebut dapat menyebabkan nilai parameter prediksi yang bias dan tidak akurat. Salah satu cara mengatasinya dapat menggunakan metode *Robust Time Series*, seperti yang dikembangkan oleh Zeng & Li (2021) yaitu *Median Autoregressive* (MAR). Model MAR merupakan pengembangan dari model AR dengan regresi kuantil, dimana yang difokuskan pada mediannya saja. Dalam prosesnya, digunakan prinsip Bayesian sehingga model MAR dapat mengikuti asumsi parametrik, oleh karena itu, model ini dinamakan BayesMAR. Kelebihannya yaitu lebih fleksibel. Karena model Bayes ini menggunakan informasi masa lalu, selain itu kerangka kerja Bayes sendiri yaitu memasukkan distribusi awal (*prior*) dari median, dimana median memiliki sifat *robust* terhadap pencilan. Serta karena model MAR ini *non-Gaussian* maka tidak perlu memenuhi asumsi klasik [1].

Model BayesMAR cocok digunakan untuk meramalkan data ekonomi dan keuangan, termasuk ketika terjadi suatu kondisi tertentu yang dapat menyebabkan pencilan dan terjadi pelanggaran asumsi. Salah satu kondisi yang terjadi secara mendadak yang menyebabkan guncangan perekonomian seperti saat terjadinya pandemi *Covid-19*. Selain pandemi, kondisi lainnya yaitu terjadi kenaikan laju inflasi dunia akibat naiknya harga komoditas yang terjadi di negara-negara maju. Dampaknya Indonesia mengalami pelemahan ekspor karena permintaan produk negara-negara tersebut menurun akibat daya beli yang melemah. Peramalan ekonomi merupakan proses analisis dari data indikator ekonomi utama untuk memprediksi kondisi ekonomi di masa yang akan datang. Salah satu indikator utamanya yaitu perdagangan luar negeri seperti ekspor. Menurut BPS, ekspor barang mengalami penurunan dari 3,64 persen pada tahun 2021 menjadi 3,04 persen pada tahun 2022 [2]. Serta pada triwulan II-2023 ekspor barang mengalami penurunan kembali sebesar 5,6 persen akibat dari ekonomi global yang melemah [3]. Oleh karena itu Pemerintah terus berupaya dalam menentukan kebijakan jangka menengah dan panjang yang lebih baik, agar Indonesia terus mendukung peningkatan ekspor dalam kegiatan perdagangan internasional untuk meningkatkan pertumbuhan ekonomi berkelanjutan.

Berdasarkan pemaparan latar belakang di atas, maka terdapat rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana meramalkan ekspor barang di Indonesia pada periode waktu yang akan datang dengan menggunakan model *Bayesian Median Autoregressive* (BayesMAR)? Sehingga tujuan dari penelitian ini yaitu untuk meramalkan ekspor barang di Indonesia pada periode waktu yang akan datang dengan menggunakan model *Bayesian Median Autoregressive* (BayesMAR).

B. Metodologi Penelitian Autoregressive

Model *autoregressive* dinotasikan dengan $AR(p)$ dimana p disebut orde proses. Model *autoregressive* merupakan salah satu model deret waktu, dimana nilai saat ini yaitu variabel dependen (y_t) dipengaruhi oleh p nilai sebelumnya ($y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$). Model $AR(p)$ dapat dinyatakan sebagai berikut [4]:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

atau dapat ditulis dengan *backward shift operator* B sebagai $By_t = y_{t-1}$, jadi

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)y_t = c + \varepsilon_t \quad (2)$$

Dimana $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ adalah parameter model $AR(p)$, c adalah konstanta, dan ε_t adalah *error* waktu ke- t . Parameter ϕ_p dicari dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) dimana $t = 1, 2, 3, \dots, T$ sebagai berikut [5].

$$\hat{\phi} = (Z'Z)^{-1}Z'Y \quad (3)$$

Model $AR(p)$ mempersyaratkan bahwa data harus stasioner. Untuk mengidentifikasinya, stasioner dalam rata-rata dapat dilihat dari nilai *Autocorrelation Function* (ACF) yang dihitung menggunakan persamaan, sebagai berikut [6]:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (4)$$

Dikatakan non-stasioner apabila plot ACF menunjukkan pola yang menurun secara perlahan seiring bertambahnya waktu. Lalu untuk mengatasinya lakukan *differencing* dengan rumus sebagai berikut.

$$(1 - B)y_t = \nabla y_t = y_t - y_{t-1} \quad (5)$$

Kemudian lakukan pengembalian model dengan rumus sebagai berikut.

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)y_t = c + \varepsilon_t \quad (6)$$

Namun untuk model *Median Autoregressive*, varians diperbolehkan tidak stasioner sehingga tidak perlu pemeriksaan stasioner dalam varians.

Bayesian Median Autoregressive (BayesMAR)

Median autoregressive adalah metode yang berasal dari regresi kuantil dengan kovariat berupa waktu yang berfokus di bagian mediannya saja. Model ini diusulkan sebagai alternatif dari model berbasis rata-rata karena median bersifat *robust* terhadap pencilan [1]. Perbedaannya yaitu jika regresi berbasis rata-rata yang dimodelkan rata-ratanya (μ_y) sedangkan regresi berbasis kuantil yang dimodelkan kuantilnya (q_y^θ). *Quantile Autoregression* (QAR) adalah model semiparametrik karena galat dalam model regresi kuantil tidak ditentukan yaitu dapat menggunakan *Gaussian* atau *non-Gaussian*. Model *non-Gaussian* memperbolehkan data tidak memenuhi asumsi normalitas dan homoskedastisitas.

Bayesian adalah teknik yang berbeda dengan pendekatan klasik (*frequentis*), metode Bayesian memiliki konsep bahwa parameter β tidak bersifat *fixed*, melainkan bersifat acak dan mempunyai distribusi. Tujuan utama dari metode Bayes yaitu untuk menentukan distribusi posterior [7]. Berdasarkan Zeng & Li (2021), model MAR memiliki hubungan erat dengan pendekatan *Asymmetric Laplace likelihood* yang bekerja dalam *Bayesian* regresi kuantil. Hal ini dikarenakan estimasi maksimum posterior menyerupai estimasi regresi kuantil biasa yang dapat mengoptimalkan galat. Karena dalam penelitian ini akan difokuskan pada bagian mediannya saja, maka distribusi *Asymmetric Laplace* direduksi menjadi distribusi *Laplace*. Sehingga model *Bayesian Median Autoregressive* mengasumsikan bahwa *error* berdistribusi *Laplace*(0, 2τ). Dengan model *Median Autoregressive* dapat dituliskan sebagai berikut [1]:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t = \mathbf{y}'_{t-1} \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_t \quad (7)$$

Dimana y_t adalah nilai variabel pada waktu ke- t , $\boldsymbol{\beta}$ adalah parameter Bayesian, dan ε_t adalah *random error* dengan median 0 yang berdistribusi *Laplace*. Sehingga *error* mempunyai fungsi densitas $\varepsilon_t \sim \text{Laplace}(0, 2\tau)$ sebagai berikut:

$$f(\varepsilon_t; 0, 2\tau) = \frac{1}{4\tau} \exp\left(-\frac{|\varepsilon_t|}{2\tau}\right), \quad \tau > 0 \text{ adalah parameter skala} \quad (8)$$

Dari asumsi galat yang berdistribusi *Laplace* pada Persamaan (8) dikombinasikan dengan model semiparametrik pada Persamaan (7) akan menghasilkan fungsi *likelihood* untuk parameter $\boldsymbol{\beta}$, sehingga fungsi *likelihood* model MAR bersifat parametrik.

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}, \tau) &= \prod_{t=p+1}^T f(y_t | \boldsymbol{\beta}, \tau) = \prod_{t=p+1}^T \frac{1}{4\tau} \exp\left\{-\frac{|\varepsilon_t|}{2\tau}\right\} \\ &\propto \tau^{-(T-p)} \exp\left\{-\frac{1}{2\tau} \sum_{t=p+1}^T |y_t - \mathbf{y}'_{t-1} \boldsymbol{\beta}|\right\} \end{aligned} \quad (9)$$

Distribusi prior menyatakan distribusi dari parameter sebelum adanya data, yang menggambarkan pengetahuan awal mengenai parameter sebelum dilakukan pengamatan. Model BayesMAR menggunakan prior non-informatif untuk $\boldsymbol{\beta}$ dan *Jeffrey* prior untuk τ .

$$\begin{aligned} NBC6\pi(\boldsymbol{\beta}) &\propto 1, \quad \pi(\tau) \propto \tau^{-1} \\ \pi(\boldsymbol{\beta}, \tau) &= \pi(\boldsymbol{\beta})\pi(\tau) \propto (1)(\tau^{-1}) = \tau^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

Kemudian informasi dari distribusi prior dikombinasikan dengan informasi dari data sampel melalui teorema Bayes, sehingga hasilnya dalam bentuk distribusi yang disebut

distribusi posterior [8]. Dengan menggabungkan Persamaan (10) dan (9), maka diperoleh distribusi Posterior dari $(\boldsymbol{\beta}, \tau)$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\pi(\boldsymbol{\beta}, \tau | \mathbf{y}) &= \frac{\pi(\boldsymbol{\beta}, \tau, \mathbf{y})}{\pi(\mathbf{y})} = \frac{\pi(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \tau) \pi(\boldsymbol{\beta}, \tau)}{\pi(\mathbf{y})} \propto \pi(\boldsymbol{\beta}, \tau) f(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \tau) \\ &\propto \tau^{-(T-p+1)} \exp \left\{ -\tau^{-1} \sum_{t=p+1}^T \frac{1}{2} |y_t - \mathbf{y}'_{t-1} \boldsymbol{\beta}| \right\}\end{aligned}\quad (11)$$

Kemudian untuk memperoleh $\boldsymbol{\beta}$ saja dapat dicari dengan distribusi posterior marjinal, yaitu dengan mengintegalkannya terhadap τ

$$\pi(\boldsymbol{\beta} | \mathbf{y}) = \int \pi(\boldsymbol{\beta}, \tau | \mathbf{y}) d\tau \propto \left\{ \sum_{t=p+1}^T \frac{1}{2} |y_t - \mathbf{y}'_{t-1} \boldsymbol{\beta}| \right\}^{-(T-p)} \quad (12)$$

Zeng & Li (2021) mengusulkan untuk menggunakan *Markov chain Monte Carlo* (MCMC) untuk mendapatkan distribusi posterior untuk $\boldsymbol{\beta}$, dengan menggunakan algoritma *Metropolis-Hasting* (MH). Tahapan untuk menduga parameter $\boldsymbol{\beta}$ berdasarkan Algoritma *Metropolis-Hasting* adalah sebagai berikut [1]:

1. Bangkitkan nilai *initial* $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_j = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$ dari bilangan acak distribusi *Uniform* (0,1) untuk $j = 0, 1, \dots, p$ dimana p adalah orde dari model *AR*(p).
2. Menentukan nilai $a = 1$, lb (*left bound*) = 0, dan rb (*right bound*) = 1
3. Membangkitkan populasi $\boldsymbol{\beta}$ model BayesMAR dengan MCMC sebagai berikut:
 - a. Membangkitkan nilai u_j secara acak yang berdistribusi *Uniform* (-0,1; 0,1).
 - b. Pada iterasi ke- i , tarik kandidat sampel dari proposal $\boldsymbol{\beta}_j^* = \boldsymbol{\beta}_j^{i-1} + a \cdot u_j$ dimana $\boldsymbol{\beta}_j^{i-1}$ untuk setiap $j = 1, \dots, p$ pada iterasi ke $i - 1$ dan skalar a digunakan untuk mengontrol ukuran distribusi *Uniform*.
 - c. Menghitung $\pi(\boldsymbol{\beta}^* | \mathbf{y})$ dan $\pi(\boldsymbol{\beta}^{i-1} | \mathbf{y})$ dengan Persamaan (12) dan $r = \frac{\pi(\boldsymbol{\beta}^* | \mathbf{y})}{\pi(\boldsymbol{\beta}^{i-1} | \mathbf{y})}$
 - d. Apabila nilai $r > 1$, maka terima $\boldsymbol{\beta}^*$ sebagai $\boldsymbol{\beta}^i$, sedangkan jika nilai $r \leq 1$, maka terima $\boldsymbol{\beta}^*$ sebagai $\boldsymbol{\beta}^i$ dengan peluang $p = \min\{1, r\}$. Artinya, jika $r \geq 1$, maka terima $\boldsymbol{\beta}^*$ sebagai $\boldsymbol{\beta}^i$. Jika $r < 1$, bangkitkan $v = \text{Bernoulli}(r)$. Jika dihasilkan $v = 1$, maka terima $\boldsymbol{\beta}^*$ sebagai $\boldsymbol{\beta}^i$ ($\boldsymbol{\beta}$ penerimaan), sedangkan jika $v = 0$, ambil $\boldsymbol{\beta}^{i-1}$ sebagai $\boldsymbol{\beta}^i$ ($\boldsymbol{\beta}$ penolakan). Lalu kembali ke tahap a, sampai iterasi $i = 25.000$.
4. Menghitung *accept rate* $\boldsymbol{\beta} = \frac{\text{banyaknya } \boldsymbol{\beta} \text{ penerimaan}}{\text{banyaknya iterasi}}$ untuk nilai a tertentu dengan tahapan sebagai berikut:
 - a. Jika *accept rate* > 45%, tentukan $lb = a$ dan $a = a + rb$, lalu kembali ke 3.
 - b. Jika *accept rate* < 25%, tentukan $rb = a$ dan $a = \frac{a+lb}{2}$, lalu kembali ke 3.
 - c. Jika $25\% < \text{accept rate} < 45\%$, maka *stop* lalu ambil nilai a dan $\boldsymbol{\beta}$.
5. Setelah mendapatkan 25.000 $\boldsymbol{\beta}$, bangkitkan kembali populasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ BayesMAR sebanyak 25.000 iterasi sesuai tahapan 2 sampai 4 dengan menggunakan $\boldsymbol{\beta}$ *initial*-nya dari $\boldsymbol{\beta}^{(25.000)}$ iterasi sebelumnya.
6. Lakukan *burn-in* sebanyak 10.000, sehingga tersisa 15.000 $\boldsymbol{\beta}$. Untuk menghitung $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yaitu dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j = \frac{\sum_{i=1}^{15000} \boldsymbol{\beta}_j^i}{15.000}$ dimana $j = 0, 1, \dots, p$

Untuk memilih orde p digunakan *Bayesian Information Criterion* (BIC) karena dapat memilih orde p untuk model BayesMAR terbaik, berikut perhitungan BIC_p [1].

$$BIC_p = (p + 2) \ln(T - K) - 2 \ln \left[(4\hat{\tau})^{-(T-K)} \exp \left(-\frac{1}{2\hat{\tau}} \sum_{t=K+1}^T |y_t - \mathbf{y}'_{t-1} \hat{\boldsymbol{\beta}}| \right) \right] \quad (13)$$

Dimana T adalah jumlah data, K adalah maksimum orde, dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ diperoleh dari MCMC

yang di rata-ratakan. Sedangkan untuk $\hat{\tau}$ diperoleh dengan Gamma kernel:

$$\hat{\tau} = \underset{\tau}{\operatorname{argmax}} \tau^{-(T-p)} \exp \left\{ -\tau^{-1} \frac{1}{2} \sum_{t=p+1}^T |y_t - y'_{t-1} \hat{\beta}| \right\} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{t=p+1}^T |y_t - y'_{t-1} \hat{\beta}|}{T-p+1} \quad (14)$$

Evaluasi Model

Evaluasi model dilakukan untuk mengukur seberapa cocok model peramalan dengan data yang di analisis, dengan kata lain sebagai upaya validasi model [9].

1. Analisis White Noise

Hipotesis nol (H_0) bahwa deret waktu merupakan *white noise* dan statistik uji *Ljung-Box* sebagai berikut

$$Q_{LB} = T(T+2) \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{T-k} \right) r_k^2 \quad (15)$$

Dengan kriteria uji, tolak H_0 jika $Q_{LB} > \chi_{\alpha, K}^2$.

2. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{t=p+1}^T \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \times 100 \quad (16)$$

Jika persentase MAPE jauh dari nol, maka terindikasi bias.

Ekspor

Ekspor menurut Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 17 Tahun 2006 yaitu kegiatan mengeluarkan barang dari daerah pabean. Usaha ekspor-impor adalah suatu kegiatan yang pada dasarnya mempertemukan pembeli dan penjual antar negara, jika pembeli berasal dari luar negeri dan penjual berasal dari dalam negeri, maka kegiatan tersebut dapat dikatakan sebagai ekspor.

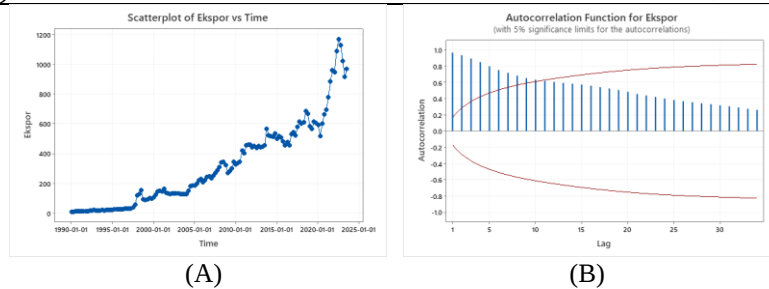
C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Deskripsi Data

Deskripsi data ekspor barang di Indonesia dari tahun 1990 sampai Juli 2023 disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Deskriptif Data Ekspor

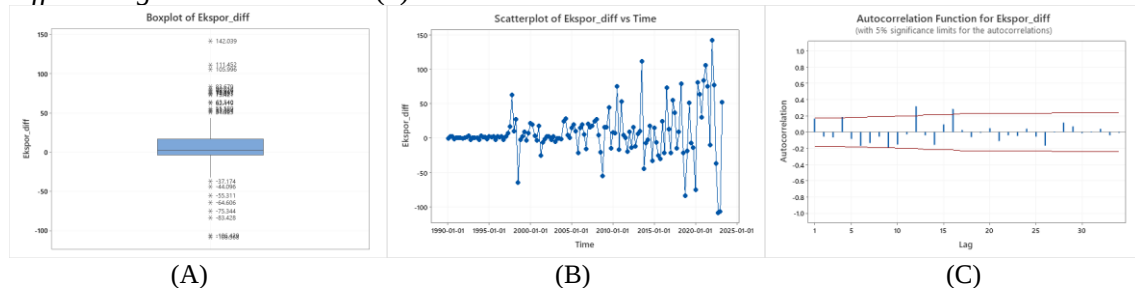
Keterangan	Ekspor (Triliun Rupiah)
Nilai Minimum	9,815
Nilai Maksimum	1.167,78
Kuartil 1 (Q_1)	91,485
Kuartil 2 (Q_2)/Median	242,984
Kuartil 3 (Q_3)	515,637



Gambar 1. (A) Scatter Plot dan (B) Plot ACF Ekspor Barang

Gambar 1 menyajikan plot 135 data pengamatan ekspor barang di Indonesia per

triwulan dari Januari 1990 sampai Juli 2023. Dari gambar tersebut terlihat bahwa kegiatan ekspor barang di Indonesia cenderung terus meningkat, yang membentuk sebuah pola trend. Pola trend ini mengindikasikan bahwa data tidak stasioner. Selanjutnya berdasarkan plot *Autocorrelation Function* (ACF), terlihat bahwa pola dari setiap *lag* menurun secara perlahan menuju nol, artinya bahwa data ekspor tidak stasioner dalam rata-rata. Sehingga dilakukan *differencing* sesuai Persamaan (5).



Gambar 2. (A) Box-Plot, (B) Scatter Plot, dan (C) Plot ACF Ekspor Barang setelah *Differencing*

Setelah dilakukan *differencing* data ekspor barang menghasilkan *outlier* dan nilai ekstrim di beberapa pengamatan (Gambar 2). Terlihat bahwa pola dari sebaran titik nya tidak lagi membentuk pola trend. Selain itu pola yang ditunjukkan, semakin ke kanan semakin membesar yang dapat diindikasikan bahwa varians tidak homogen. Berdasarkan plot ACF, terlihat pada *lag* ke-2 langsung terpotong (*cuts off*). Maka data ekspor barang setelah dilakukan *differencing* menjadi stasioner dalam rata-rata

Model Bayesian Median Autoregressive (BayesMAR)

Dilakukan pendugaan parameter model BayesMAR(p) untuk $p = 1, 2, \dots, 10$ dengan menggunakan MCMC Algoritma *Metropolis-Hasting* terhadap data ekspor barang yang di *differencing*, maka nilai BIC_p setiap orde dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai BIC_p untuk $p = 1, 2, \dots, 10$

Orde (p)	BIC_p	Orde (p)	BIC_p
1	1.216,109	6	1.216,224
2	1.219,665	7	1.216,984
3	1.222,488	8	1.220,790
4	1.216,673	9	1.224,980
5	1.212,758	10	1.229,578

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh nilai BIC_p terkecil yaitu pada orde $p = 5$ sebesar 1.212,758. Sehingga untuk peramalan model BayesMAR akan menggunakan orde $p = 5$. Untuk membangkitkan populasi β digunakan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) metode *Algorithm Metropolis Hastings*, dengan β proposal (β^*) yang akan mengisi rantai (*Chain*) untuk populasi β . Bangkitkan β sebanyak 25.000 iterasi untuk memperoleh β iterasi ke-25.000 dengan cara yang sama yaitu MCMC. Sehingga diketahui β awal ($\beta^{i=1}$) diambil dari β iterasi ke-25.000 hasil MCMC sebelumnya.

$$\beta_j^{i=25.000} \rightarrow \beta_j^{i=1} = \begin{bmatrix} \beta_0^1 \\ \beta_1^1 \\ \beta_2^1 \\ \beta_3^1 \\ \beta_4^1 \\ \beta_5^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,123353 \\ 0,145333 \\ -0,14753 \\ -0,09142 \\ 0,345679 \\ -0,23148 \end{bmatrix} \quad (17)$$

dan skalar $a = 1$, sehingga β proposal untuk iterasi ke-2 (β^{2*})

$$\beta_j^{2*} = \begin{bmatrix} 2,123353 \\ 0,145333 \\ -0,14753 \\ -0,09142 \\ 0,345679 \\ -0,23148 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,0044777 \\ 0,0114866 \\ 0,0535822 \\ 0,0990795 \\ -0,006984 \\ 0,0479774 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,118876 \\ 0,15682 \\ -0,09395 \\ 0,00766 \\ 0,338695 \\ -0,18351 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Kemudian menghitung nilai $\pi(\beta^{2*}|\mathbf{y})$ dan $\pi(\beta^1|\mathbf{y})$ dengan Persamaan (12) yang di logaritma-kan untuk menghilangkan nilai yang sangat kecil mendekati nol. Lalu periksa β_j^{2*} diterima atau ditolak dengan menghitung rasio antara β_j^{2*} dengan iterasi sebelumnya β_j^1 , dan rasio akan di eksponenkan untuk mengembalikan ke nilai asli.

$$r = \frac{\pi(\beta^*|\mathbf{y})}{\pi(\beta^{i-1}|\mathbf{y})} = \exp(l(\beta^*|\mathbf{y}) - l(\beta^{i-1}|\mathbf{y})) \quad (19)$$

$$r = \exp(l(\beta^{2*}|\mathbf{y}) - l(\beta^1|\mathbf{y})) \\ = \exp(-928,29868 - (-927,93293)) = 0,69368 \quad (20)$$

Karena $0,69368 < 1$ maka bangkitkan bilangan acak v berdistribusi *Bernoulli* dengan peluang diterima $0,69368$, diperoleh $v = 1$, maka disimpulkan bahwa β^{2*} diterima sebagai β^2 yang artinya sebagai penerimaan. Untuk iterasi ke-3 diperoleh bahwa β^{3*} ditolak, sehingga rantai β^3 diisi oleh β^2 yang disebut sebagai penolakan. Lakukan sampai iterasi ke-25.000, sehingga diperoleh populasi β dengan MCMC metode *Algorithm Metropolis Hastings*. Dari populasi β tersebut diperoleh nilai *accept rate* sebesar 36,592% yang sudah memenuhi syarat berada di antara 25% sampai 45%.

Tabel 3. Estimasi $\hat{\beta}$ dan Selang Kepercayaan

$\hat{\beta}$	Nilai Estimasi	Selang Kepercayaan	
		$Q_{0,025}$	$Q_{0,975}$
$\hat{\beta}_0$	1,17432	-0,81360	2,66087
$\hat{\beta}_1$	0,18786	0,03511	0,33370
$\hat{\beta}_2$	-0,12454	-0,26647	0,01317
$\hat{\beta}_3$	-0,06148	-0,19086	0,07092
$\hat{\beta}_4$	0,32314	0,14789	0,51975
$\hat{\beta}_5$	-0,18942	-0,32691	-0,04886

Lalu dilakukan *burn-in* sebanyak 10.000 iterasi untuk menghilangkan pengaruh *initial value*, sehingga tersisa 15.000 iterasi β . Dan diperoleh *accept rate* sebesar 36,613% yang sudah memenuhi ketentuannya. Untuk estimasi ($\hat{\beta}$) diperoleh dari rata-rata setiap β_j dan selang kepercayaan diperoleh dari kuantil 0,025 dan 0,975 dan hasilnya disajikan pada Tabel 3.

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh bahwa parameter $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2$, dan $\hat{\beta}_3$ memuat nol pada $Q_{0,025}$ sampai $Q_{0,975}$, artinya pada tingkat kepercayaan 95% parameter $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2$, dan $\hat{\beta}_3$ sama dengan nol atau tidak signifikan. Sedangkan pada parameter $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_4$, dan $\hat{\beta}_5$ tidak memuat nol pada $Q_{0,025}$ sampai $Q_{0,975}$, artinya pada tingkat kepercayaan 95% parameter $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_4$, dan $\hat{\beta}_5$ tidak sama dengan nol atau berpengaruh secara signifikan terhadap nilai prediksinya.

Karena dilakukan *differencing*, maka lakukan pengembalian model. Sehingga diperoleh model peramalan BayesMAR sebagai berikut

$$\hat{y}_t = 1,17432 + 1,18786y_{t-1} - 0,3124y_{t-2} + 0,06306y_{t-3} \\ + 0,38462y_{t-4} - 0,51256y_{t-5} + 0,18942y_{t-6} \quad (21)$$

Kemudian dilakukan pengujian *white noise* dengan statistik uji sesuai Persamaan (15), dimana $T = 129$, lag $k = 1, 2, \dots, 11$ (lihat Tabel 4).

Tabel 4. Analisis *White Noise* Model BayesMAR

Lag k	r_k	Q_{LB}	$\chi^2_{(0,05;k)}$	Keterangan
1	0.01906	0.04796	3.84146	Terima H_0
2	0.06141	0.54969	5.99146	Terima H_0
3	-0.00593	0.55440	7.81473	Terima H_0
4	-0.06153	1.06616	9.48773	Terima H_0
5	0.01420	1.09362	11.07050	Terima H_0
6	-0.08064	1.98695	12.59159	Terima H_0
7	-0.07078	2.68087	14.06714	Terima H_0
8	-0.24999	11.40906	15.50731	Terima H_0
9	-0.09963	12.80686	16.91898	Terima H_0
10	-0.03022	12.93651	18.30704	Terima H_0
11	-0.11719	14.90334	19.67514	Terima H_0

Dengan menggunakan $\alpha = 5\%$ diperoleh bahwa $Q_{LB} > \chi^2_{(0,05;k)}$, sehingga H_0 diterima. Maka dapat disimpulkan bahwa residual merupakan *white noise* yang artinya model BayesMAR layak digunakan dalam analisis. Untuk mengukur kecocokan model BayesMAR dapat dilihat juga dengan menggunakan nilai MAPE, maka diperoleh nilai MAPE model BayesMAR sebesar 6,93942% artinya model akurat untuk meramalkan ekspor barang di Indonesia.

Model Autoregressive (AR)

Dalam penelitian ini model BayesMAR dibandingkan dengan model AR biasa. Dengan menggunakan orde p yang sama dengan model BayesMAR yaitu $p = 5$. Estimasi parameter AR diperoleh sebagai berikut

$$\hat{\Phi} = (Z'Z)^{-1}Z'Y = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_0 \\ \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\Phi}_2 \\ \hat{\Phi}_3 \\ \hat{\Phi}_4 \\ \hat{\Phi}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,38468 \\ 0,22934 \\ -0,08304 \\ -0,08998 \\ 0,27176 \\ -0,19146 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Karena dilakukan *differencing*, maka lakukan pengembalian model. Sehingga diperoleh model peramalan AR sebagai berikut

$$\hat{y}_t = 6,38468 + 1,22934y_{t-1} - 0,31238y_{t-2} - 0,00694y_{t-3} + 0,36174y_{t-4} - 0,46322y_{t-5} + 0,19146y_{t-6} \quad (23)$$

Kemudian dilakukan pengujian *white noise* dengan statistik uji sesuai Persamaan (15), dimana $T = 129$, lag $k = 1, 2, \dots, 11$ dan Q_{LB} . Dengan menggunakan $\alpha = 5\%$ diperoleh bahwa autokorelasi lag-1 sampai lag-11 tidak signifikan. Maka dapat disimpulkan bahwa residual merupakan *white noise* yang artinya model AR layak digunakan dalam analisis. Untuk mengukur akurasi model AR dapat dilihat juga dengan menggunakan nilai MAPE, maka diperoleh nilai MAPE model AR sebesar 10,94014 % artinya model baik untuk meramalkan ekspor barang di Indonesia.

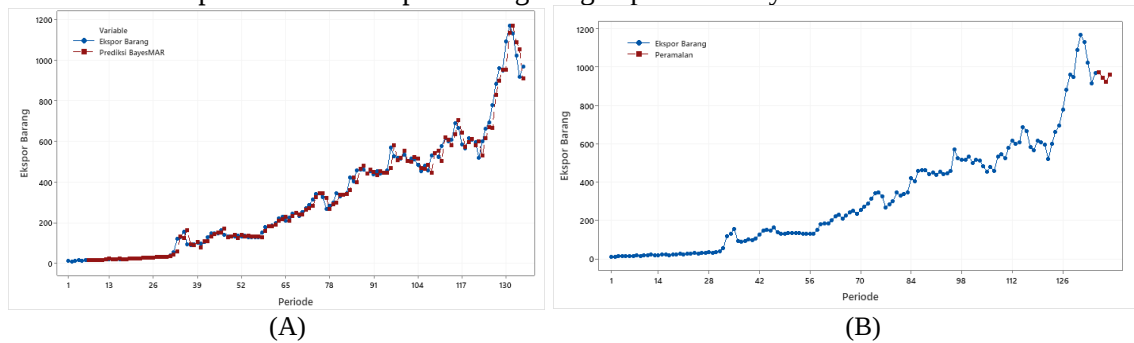
Peramalan

Berdasarkan hasil evaluasi diperoleh bahwa MAPE BayesMAR lebih kecil yaitu 6,93942% dibandingkan nilai MAPE AR yaitu 10,94014%. Maka dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan model BayesMAR orde $p = 5$ lebih cocok dan lebih akurat dibandingkan dengan model AR. Berikut peramalan 4 periode atau 1 tahun ke depan dengan menggunakan model BayesMAR (21).

Tabel 5. Peramalan Ekspor Barang

Periode	Tanggal	Peramalan $\hat{y}_t$ (triliun)
136	2023-10-01	972,16619
137	2024-01-01	946,23121
138	2024-04-01	924,93310
139	2024-07-01	962,05450

Berikut plot dari data ekspor barang dengan peramalannya:



Gambar 3. (A) Plot Data Aktual dan Nilai Prediksi serta (B) Peramalan 4 Periode Model BayesMAR

Berdasarkan Gambar 3 dapat disimpulkan bahwa peramalan nilai ekspor barang di Indonesia pada periode ke-136 atau pada tanggal 01 Oktober 2023 akan mengalami kenaikan, namun pada periode ke-137 atau pada tanggal 01 Januari 2024 dan periode ke-138 atau pada tanggal 01 April 2024 akan mengalami penurunan. Serta pada periode ke-139 atau pada tanggal 01 Juli 2024 akan mengalami kenaikan. Dengan nilai prediksi pada tanggal 01 Oktober 2023 sebesar 972,16618 triliun rupiah, tanggal 01 Januari 2024 sebesar 946,23121 triliun rupiah, tanggal 01 April 2024 sebesar 924,9331 triliun rupiah, dan tanggal 01 Juli 2024 sebesar 962,0545 triliun rupiah.

D. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan dengan menggunakan orde $p = 5$ diperoleh bahwa model BayesMAR lebih akurat dan layak digunakan untuk meramalkan ekspor barang di Indonesia dibandingkan model Autoregressive (AR). Sehingga model peramalan yang paling baik adalah menggunakan BayesMAR orde 5 dengan differencing satu kali sehingga modelnya $\hat{y}_t = 1,17432 + 1,18786y_{(t-1)} - 0,3124y_{(t-2)} + 0,06306y_{(t-3)} + 0,38462y_{(t-4)} - 0,51256y_{(t-5)} + 0,18942y_{(t-6)}$. Berdasarkan model tersebut diperoleh peramalan ekspor barang di Indonesia untuk empat periode ke depan yaitu, pada periode ke-136 (01 Oktober 2023) nilai ekspor barang Indonesia sebesar 972,16619 triliun rupiah, dimana nilai ekspor barang mengalami kenaikan dari periode sebelumnya. Namun pada periode ke-137 (01 Januari 2024) nilai ekspor barang Indonesia sebesar 946,23121 triliun rupiah dan pada periode ke-138 (01 April 2024) nilai ekspor barang Indonesia sebesar 924,93310 triliun rupiah, dimana ekspor barang mengalami penurunan. Serta pada periode ke-139 (01 Juli 2024) nilai ekspor barang Indonesia sebesar 962,05450 triliun rupiah, dimana ekspor barang mengalami kenaikan dari periode sebelumnya.

Daftar Pustaka

- [1] Z. Zeng and M. Li, "Bayesian median autoregression for robust time series," *International Journal of Forecasting*, vol. 37, no. 2, pp. 1000-1010, 2021.
- [2] H. Limanseto, "Optimalkan Kontribusi Neraca Perdagangan Terhadap Devisa Negara, Pemerintah Terus Dorong Hilirisasi SDA," 1 Maret 2023. [Online]. Available: <https://ekon.go.id/publikasi/detail/4958/optimalikan-kontribusi-neraca-perdagangan->

- terhadap-devisa-negara-pemerintah-terus-dorong-hilirisasi-sda.
- [3] Kedeputan Bidang Ekonomi, Perkembangan Ekonomi Indonesia dan Dunia: Triwulan II Tahun 2023, Jakarta: Kementerian PPN/Bappenas, 2023.
 - [4] V. Profillidis and G. Botzoris, *Modeling of Transport Demand: Analyzing, Calculating, and Forecasting Transport Demand*, Amsterdam: Elsevier, 2018.
 - [5] M. S. Paoella, *Linear Models and Time-Series Analysis: Regression, ANOVA and GARCH*, Switzerland: John Wiley & Sons, 2016.
 - [6] S. G. Makridakis, S. C. Wheelwright and R. J. Hyndman, *Forecasting: Methods and Applications*, 3rd ed., New York: John Wiley & Sons, 1997.
 - [7] Suliadi, *Parameter Estimation*, Bandung: Dept. of Statistics, Bandung Islamic University, 2023.
 - [8] G. E. P. Box and G. C. Tiao, *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Boston: Addison-Wesley, 1973.
 - [9] D. C. Montgomery, C. L. Jennings and M. Kulachi, *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, 2nd ed., Canada: John Wiley & Sons, 2015.
 - [10] Dyar Al Falah Hilman, & Aceng Komarudin Mutaqin. (2023). Penerapan Regresi Double Poisson untuk Memprediksi Pertandingan dan Klasemen Liga 1 Indonesia. *Jurnal Riset Statistika*, 97–106. <https://doi.org/10.29313/jrs.v3i2.2784>
 - [11] Mario Bernardino. (2023). Penerapan CUSUM-Tukey's Control Chart untuk Mendeteksi Perubahan Rata-Rata Proses pada Data Non-Normal. *Jurnal Riset Statistika*, 119–124. <https://doi.org/10.29313/jrs.v3i2.2955>
 - [12] Sahwa Chanigia Viqri, Z., & Kurniati, E. (2023). *Perbandingan Penerapan Metode Fuzzy Time Series Model Chen-Hsu dan Model Lee dalam Memprediksi Kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika*. 1(1), 19–26. <https://doi.org/10.29313/datamath.v1i1.12>