

Diagram Kendali *Wilcoxon Triple Exponential Weighted Moving Average* dengan IMFIR dalam Pengendalian Kualitas Produksi Celana PT. XYZ

Irsan Arisandi*, Suliadi

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*irsanarisandi17@gmail.com, suliadi@gmail.com

Abstract. Control diagrams are Statistical Process Control which are used to control the production process. In the case of control charts, there are parametric and non-parametric control charts. One of the SPCs is the EWMA control chart which is capable of detecting small shifts, assuming the data is normally distributed. Then the Wilcoxon EWMA nonparametric control diagram was proposed which can detect small shifts with data that is not normally distributed, then W EWMA was developed into Wilcoxon TEWMA so that it can detect smaller shifts by carrying out the shifting process three times. Control charts have a common problem, namely that shifts at the beginning of time are not quickly detected. To overcome this weakness, Fast Initial Response was implemented to increase sensitivity in the initial period, Letschedi et al. (2021) proposed this feature by developing FIR, becoming IMFIR which is able to produce better out of control performance than the previous feature. In this research, we apply the W TEWMA control chart with IMFIR to the waist circumference data of PT cargo pants production. XYZ. The results of the nonparametric Shewhart control diagram in phase I showed that there were no observation points that were outside the control limits. Next, in phase II, using the W TEWMA IMFIR control diagram with the values $\lambda=0.5$, $L=2.937$, $f=0.5$ and $a=0.3$, the W TEWMA control diagram with IMFIR is statistically uncontrolled.

Keywords: *Wilcoxon EWMA, Wilcoxon TEWMA, FIR, Cargo Pants.*

Abstrak. Diagram kendali merupakan *Statistic Process Control* yang digunakan untuk mengontrol proses produksi. Pada kasus diagram kendali terdapat diagram kendali parametrik dan nonparametrik, Salah satu SPC yaitu diagram kendali EWMA yang mampu mendeteksi pergeseran yang kecil, dengan asumsi data berdistribusi normal. Kemudian diusulkanlah diagram kendali nonparametrik Wilcoxon EWMA yang dapat mendeteksi pergeseran kecil dengan data yang tidak berdistribusi normal, lalu W EWMA dikembangkan menjadi Wilcoxon TEWMA sehingga dapat mendeteksi pergeseran lebih kecil dengan melakukan proses pergeseran sebanyak tiga kali. Diagram kendali memiliki permasalahan umum yaitu pergeseran pada awal waktu tidak cepat terdeteksi. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, diterapkanlah *Fast Initial Response* untuk meningkatkan kepekaan pada periode awal, Letschedi et al. (2021) mengusulkan fitur ini dengan mengembangkan FIR, menjadi IMFIR yang mampu menghasilkan kinerja *out of control* lebih baik dari fitur yang sebelumnya. Dalam penelitian ini menerapkan diagram kendali W TEWMA dengan IMFIR pada data panjang lingkaran pinggang produksi celana cargo PT. XYZ. Hasil diagram kendali Shewhart nonparametrik pada fase I, diperoleh bahwa tidak ada titik pengamatan yang berada diluar batas kendali. Selanjutnya pada fase II, menggunakan diagram kendali W TEWMA IMFIR dengan nilai $\lambda = 0,5$, $L = 2,937$, $f = 0,5$ dan $a = 0,3$ diperoleh diagram kendali W TEWMA dengan IMFIR tidak terkendali secara statistik.

Kata Kunci: *Wilcoxon EWMA, Wilcoxon TEWMA, FIR, Celana Cargo.*

A. Pendahuluan

Diagram kendali merupakan salah satu SPC yang secara grafis digunakan untuk mengontrol proses produksi agar berjalan dengan stabil dengan cara mendeteksi adanya variasi atau penyimpangan dalam proses [1]. Pada kasus SPC ini terdapat SPC parametrik dengan data yang berdistribusi normal dan juga nonparametrik dengan data yang tidak berdistribusi normal.

Salah satu SPC yaitu diagram kendali EWMA, dibangun berdasarkan asumsi data pengamatan proses berdistribusi normal. Namun, pada kenyataannya tidak semua data pengamatan yang diperoleh berdistribusi normal atau bahkan distribusinya tidak diketahui, sehingga diagram kendali parametrik sulit untuk diterapkan. Dalam hal ini juga bahkan diagram kendali parametrik dapat menyebabkan hasil yang keliru. Salah satu alternatif untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah penggunaan diagram kendali nonparametrik EWMA.

Diagram kendali nonparametrik EWMA untuk pertama kalinya diperkenalkan oleh Yang et al., (2011) untuk memonitor kemungkinan adanya penyimpangan atau pergeseran rata-rata proses yang kecil dari nilai target yang telah ditetapkan pada data yang tidak berdistribusi normal dengan menggunakan pendekatan nonparametrik. Prosedur nonparametrik yang digunakan yaitu *Wilcoxon rank sum test*, kemudian dinamakan diagram kendali Wilcoxon EWMA.

Wilcoxon EWMA ini diperkenalkan dengan mengabungkan *Wilcoxon rank sum test* dengan statistik EWMA untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses [2]. Untuk lebih baik dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses Letshedi (2021) merancang diagram kendali *Wilcoxon Triple Exponential Weighted Moving Average* (W TEWMA) yang mampu mendeteksi pergeseran rata-rata yang lebih cepat dibandingkan W EWMA maupun W DEWMA karena melakukan exponential moving average sebanyak tiga kali. Pada diagram kendali memiliki permasalahan umum yaitu jika terjadi pergeseran pada awal waktu penggunaan, pergeseran tersebut tidak segera terdeteksi. Untuk mengatasi kelemahan diagram kendali, supaya meningkatkan kepekaan diagram kendali pada periode awal maka diterapkanlah fitur *Fast Initial Response* (FIR).

Fast Initial Response (FIR) merupakan fitur yang digunakan untuk meningkatkan sensitivitas pada periode awal proses (*start-up*). Fitur ini diterapkan ketika peneliti mencurigai adanya kemungkinan pergeseran besar atau kecil selama periode awal (Steiner.,1999). Lalu Haq et al., (2013) mengusulkan fitur FIR menjadi *Modified Fast Initial response* (MFIR) yang terbukti menghasilkan kinerja *out of control* yang lebih baik daripada FIR, untuk meningkatkan kinerja *out of control* selama periode awal proses yang lebih baik dari FIR dan MFIR Letshedi et al., (2021) mengembangkan fitur FIR ini menjadi IMFIR [3].

Celana *cargo* adalah celana model longgar yang awalnya didesain untuk dipakai saat melakukan aktivitas di luar ruangan dan untuk lingkungan yang berat. Pada akhir tahun 2022 celana ini sangat digemari oleh banyak kalangan sehingga, produksi celana *cargo* ini melonjak [4].

Pada penelitian ini akan dilakukan penerapan mengenai metode diagram kendali *Wilcoxon Triple Exponential Weight Moving Average* (W TEWMA) dengan Fitur IMFIR. Data yang digunakan merupakan data sekunder mengenai produksi celana *cargo* dalam hal ini lingkaran pinggang celana yang diproduksi oleh PT XYZ.

Berdasarkan penjelasan pada latar belakang, maka perumusan masalah dalam penelitian ini adalah “bagaimana penerapan diagram kendali TEWMA Wilcoxon dengan IMFIR pada data sekunder lingkaran pinggang produksi celana *cargo* PT XYZ untuk mendeteksi produksi yang tidak terkendali secara statistik”. Selanjutnya, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana penerapan diagram kendali TEWMA Wilcoxon dengan IMFIR pada data lingkaran pinggang celana dalam produksi celana *cargo* di PT. XYZ.

B. Metodologi Penelitian

Jenis penelitian yang dilakukan adalah penelitian terapan. Dimana akan dilakukan penerapan metode W TEWMA dengan IMFIR pada data lingkaran pinggang produksi celana *cargo* PT XYZ. sampel diukur menggunakan alat ukur meteran untuk mengukur lingkaran pinggang celana *cargo* ukuran 30 yang dilakukan selama 25 hari pada bulan Desember 2022 untuk diagram fase I dan

hasil pengukuran selama 10 hari pada bulan Januari 2023 untuk di fase II. Data untuk X terdiri dari 25 sampel (hari) celana dengan 5 kali pengamatan ukuran diameter pinggang pada celana dan Y terdiri dari 10 sampel celana dengan 5 kali pengamatan.

Tabel 1. Data Penelitian

Hari	Sampel Ukuran Diameter Pinggang Celana (inci)				
	1	2	3	4	5
1	30,2	30,1	30,1	29	30
2	30,0	30	30	30	20,1
3	21,0	20,1	20,3	30	30
	⋮	⋮			
25	30,0	30	39	30	30,1

Hari	Sampel Ukuran Diameter Pinggang Celana (inci)				
	1	2	3	4	5
1	27,6	27,9	28	39,9	29,3
2	29,5	30	30,4	30	30,1
3	30,9	31	30,2	30,1	30
4	30	30	30	30	30
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	29	27,9	28,8	39,5	27,9

Statistik Diagram Kendali Berdasarkan Jumlah Peringkat Wilcoxon

Statistik diagram kendali uji jumlah peringkat ini dihitung dengan menggabungkan M observasi dari X (merupakan data pada fase I yang terkontrol) dan n merupakan observasi dari Y (merupakan data baru berukuran n) dimana fase I yang digunakan adalah diagram kendali Shewhart nonparametrik [5], lalu mengurutkan semua nilai dari observasi yang baru terbentuk tersebut secara menaik, membentuk sebuah grup data baru, yaitu: $A = a_1, a_2, \dots, a_s, \dots, a_{M+n}$. Setelah diurutkan lalu diberi peringkat dimana R_1 merupakan peringkat a_1 dari $(a_1, a_2, \dots, a_s, \dots, a_{M+n})$ dan seterusnya sampai R_s merupakan peringkat a_s dari $(a_1, a_2, \dots, a_s, \dots, a_{M+n})$. Maka statistik jumlah peringkat Wilcoxon adalah sebagai berikut

$$W_t = \sum_{s=1}^{M+n} R_s I(a_s \in X) \quad (1)$$

Untuk menentukan ekspektasi dan varian menurut Li (2010) adalah sebagai berikut:

$$E(W) = \mu_W = \frac{M(M+n+1)}{2} \quad (2)$$

$$Var(W) = \sigma_W^2 = \frac{Mn(M+n+1)}{12} \quad (3)$$

Diagram Kendali Wilcoxon Triple Exponential Weighted Moving Average

Wilcoxon TEWMA merupakan pengembangan dari Wilcoxon DEWMA dengan melakukan proses pergeseran rata-rata sebanyak tiga kali[6], sedangkan W DEWMA hanya melakukan pergeseran dua kali [7]. W TEWMA didefinisikan sebagai berikut sebagai berikut:

$$E_t = \lambda W_t + (1 - \lambda)E_{t-1} \quad (4)$$

$$D_t = \lambda E_t + (1 - \lambda)D_{t-1} \quad (5)$$

$$T_t = \lambda D_t + (1 - \lambda)T_{t-1} \quad (6)$$

T_t didefinisikan sebagai nilai perhitungan wilcoxon TEWMA, λ adalah parameter pembobot, D_t nilai perhitungan wilcoxon DEWMA, dan E_t nilai perhitungan W EWMA.

Batas kendali pada diagram kendali Wilcoxon TEWMA adalah sebagai berikut:

$$T_t = \lambda D_t + (1 - \lambda)D_{t-1} \quad (7)$$

$$GT = \mu_T = \mu_D \quad (8)$$

$$BKA = \mu_T + L\sqrt{\text{Var}(T_t)} \quad (9)$$

$$BKB = \mu_T - L\sqrt{\text{Var}(T_t)} \quad (10)$$

Diagram Kendali Wilcoxon Triple Exponential Weighted Moving Average dengan IMFIR

Fitur IMFIR merupakan perkembangan terbaru dari metode FIR, keuntungan dari fitur baru ini adalah sensitivitas dari Wilcoxon TEWMA meningkat kemampuannya untuk mendeteksi perubahan apa pun pada periode awal proses sesegera mungkin. Metode ini diusulkan oleh Letschedi (2021) Metode ini memungkinkan batas kontrol yang bervariasi menjadi lebih sempit pada tahap awal proses untuk mendeteksi masalah start-up dengan lebih baik [3], Wilcoxon TEWMA dengan IMFIR dapat dihitung sebagai berikut:

$$\text{IMFIR}(t) = (1 - (1 - f)^{(1+a)(t-1)})\sqrt{t}\left(1 + \frac{1}{t}\right) \quad (11)$$

Nilai f dan a masing-masing diambil sebagai 0,5 dan 0,3. Menggabungkan batas kendali Wilcoxon TEWMA dan Persamaan IMFIR menghasilkan batas kontrol dari Grafik Wilcoxon TEWMA IMFIR:

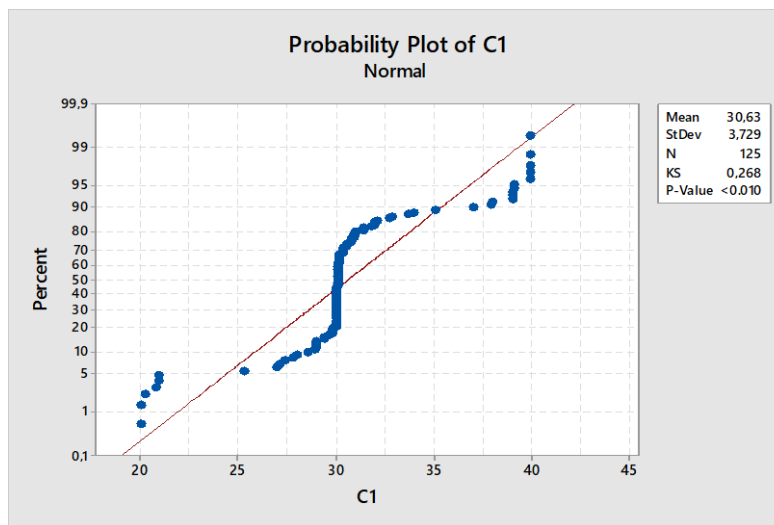
$$BKA = \mu_T + L\sigma_{T_t} \times \text{IMFIR}(t) \quad (12)$$

$$BKB = \mu_T - L\sigma_{T_t} \times \text{IMFIR}(t) \quad (13)$$

Dimana nilai μ_T adalah rata-rata Wilcoxon TEWMA Persamaan (2.36), L adalah lebar batas kendali dengan nilai yang sudah diusulkan oleh Letschedi (2021) sebesar 2,937 dengan ARL 500 dan σ_{T_t} merupakan simpangan baku dari varians T_t dan $\text{IMFIR}(t)$.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Data pengukuran lingkaran pinggang celana pada perusahaan PT.XYZ belum tentu berdistribusi normal. Maka dari itu, perlu dilakukannya uji normalitas data yang dimana juga agar memenuhi asumsi distribusi normal.



Gambar 1. Uji Normalitas

$$D_{\text{Hitung}} = \max|F_s(x_i) - F_0(x_i)| = 0,268$$

Bedasarkan hasil diatas diperoleh bahwa Nilai $D_{Hitung} > D_{Tabel}$ yaitu $0,268 > 0,264$ maka H_0 ditolak, yang berarti data pengukuran lingkaran pinggang celana tidak berdistribusi normal.

Diagram kendali fase II

Statistik diagram kendali uji jumlah peringkat ini dihitung dengan menggabungkan M observasi dari X (merupakan data pada fase I yang terkontrol) dan n observasi dari Y (merupakan data baru), lalu diberi peringkat untuk mencari nilai W_t .

Tabel 2. Perhitungan W_t

No	W_t
1	7758
2	7674
3	7700
4	7594
5	7750
6	7692
7	7743
8	7720
9	7698
10	7759

Menentukan nilai Ekspetasi dan Varians

$$E(W) = \mu_W = \frac{M(M + n + 1)}{2}$$

$$E(W) = \frac{125(125 + 10 + 1)}{2}$$

$$E(W) = \mu_W = 8500$$

Dan

$$Var(W) = \sigma_W^2 = \frac{Mn(M + n + 1)}{12}$$

$$Var(W) = \frac{125 \times 10(125 + 10 + 1)}{12}$$

$$Var(W) = \sigma_W^2 = 14166,67$$

Perhitungan Nilai W TEWMA dihitung dengan persamaan 6 menggunakan nilai $\lambda = 0,5$ dan $T_0 = \mu_W$.

Tabel 3. Perhitungan Nilai W TEWMA

W_t	W EWMA	W DEWMA	W TEWMA
7758	8129	8314,5	8407,25
7674	7901,50	8108	8257,63
7700	7800,75	7954,38	8106
7594	7697,38	7825,88	7965,94
7750	7723,69	7774,78	7870,36
7692	7707,84	7741,31	7805,84

Lanjutan Tabel 3. Perhitungan Nilai W TEMWA

Wt	W EWMA	W DEWMA	W TEWMA
7743	7725,42	7733,37	7769,6
7720	7722,71	7728,04	7748,82
7698	7710,36	7719,20	7734,01
7759	7734,68	7726,94	7730,47

Menerapkan fitur IMFIR pada diagram kendali W TEWMA dengan persamaan 12 dan 13 menggunakan nilai $f=0,5$, $a=0,3$ dan juga $L = 2,937$.

$$BKA_{(1)} = \mu_T + L\sigma_{Tt} \times IMFIR(t)$$

$$= 8500 + (2,937)(119,02)(0,125)(1 - (1 - 0,5)^{(1+0,3)(1-1)})\sqrt{1}\left(1+\frac{1}{1}\right)$$

$$= 8500$$

$$BKA_{(2)} = \mu_T + L\sigma_{Tt} \times IMFIR(t)$$

$$= 8500 + (2,937)(119,02)(0,174)(1 - (1 - 0,5)^{(1+0,3)(2-1)})\sqrt{2}\left(1+\frac{1}{2}\right)$$

$$= 8520,14$$

dan

$$BKB_{(1)} = \mu_T - L\sigma_{Tt} \times IMFIR(t)$$

$$= 8500 - (2,937)(119,02)(0,125)(1 - (1 - 0,5)^{(1+0,3)(1-1)})\sqrt{1}\left(1+\frac{1}{1}\right)$$

$$= 8500$$

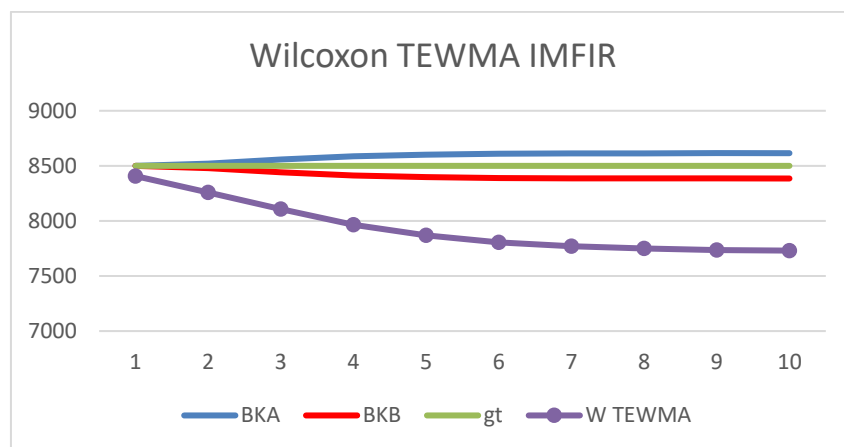
$$BKB_{(2)} = \mu_T - L\sigma_{Tt} \times IMFIR(t)$$

$$= 8500 - (2,937)(119,02)(0,174)(1 - (1 - 0,5)^{(1+0,3)(2-1)})\sqrt{2}\left(1+\frac{1}{2}\right)$$

$$= 8479,86$$

Tabel 6. Perhitungan W TEWMA dengan IMFIR

IMFIR	BKA	BKB	Gt	TEWMA
0	8500	8500	8500	8407,25
0,331	8520,14	8479,86	8500	8257,63
0,660	8557,80	8442,20	8500	8106,00
0,841	8586,36	8413,64	8500	7965,94
0,929	8602,17	8397,83	8500	7870,36
0,969	8609,64	8390,36	8500	7805,84
0,986	8612,88	8387,12	8500	7769,60
0,994	8614,21	8385,79	8500	7748,82
0,998	8614,74	8385,26	8500	7734,01
0,999	8614,95	8385,05	8500	7730,47



Gambar 2. Grafik Diagram Kendali W TEWMA dengan IMFIR

Bedasarkan diagram kendali diatas, bahwa semua titik plot data keluar dari batas kendali bawah sehingga dapat dikatakan bahwa proses produksi dalam keadaan tidak terkendali dan perlu dilakukan evaluasi pengendalian kualitas lebih lanjut.

D. Kesimpulan

Bedasarkan analisis dan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat disimpulkan bahwa penerapan diagram kendali Wilcoxon TEWMA dengan fitur IMFIR menunjukan data lingkaran pinggang produksi celana cargo PT. XYZ tidak terkendali secara statistik karena semua titik plot berada diluar batas kendali bawah. Maka dapat dinyatakan bahwa proses produksi perusahaan XYZ belum terkendali.

Acknowledge

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena berkat rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan penelitian ini. Terimakasih kepada Bapak Suliadi, S.Si., M.Si., Ph.D. yang telah memberi bimbingan kepada penulis hingga penelitian ini selesai. Dosen-dosen Program Studi Statistika Universitas Islam Bandung yang telah banyak memberikan ilmu pengetahuan. Sahabat dan teman-teman serta semua pihak yang telah hingga penelitian ini selesai.

Daftar Pustaka

- [1] Montgomery, D.C. (2009). Introduction to Statistical Quality Control 6 th Edition. Arizona State University: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Li, S. Y., Tang, L. C., & Ng, S. H. (2010). Nonparametric CUSUM and EWMA control charts for detecting mean shifts. *Journal of Quality Technology*, 42(2), 209–226.
- [3] Letshedi, T. I., Malela-Majika, J. C., Castagliola, P., & Shongwe, S. C. (2021). Distribution-free triple EWMA control chart for monitoring the process location using the Wilcoxon rank-sum statistic with fast initial response feature. *Quality and Reliability Engineering International*, 37(5), 1996–2013.
- [4] Sejarah penggunaan celana cargo. Diakses 3 agustus 2023 dari <https://fitinline.com/article/read/sejarah-singkat-penggunaan-celana-kargo/>
- [5] Jones-Farmer, L. A., Jordan, V., & Champ, C. W. (2009). Distribution-free phase I control charts for subgroup location. *Journal of Quality Technology*, 41(3), 304–316.
- [6] Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2020). The Triple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, 18(3), 326-354.7[
- [7] Shamma, S.E. & Shamma, A.K. (1992). Development and Evaluation of Control Charts Using Double Exponentially Weighted Moving Averages. *International Journal of*

- Quality & Reliability Management*, 9(6), 18-25.
- [8] 2+-+Munira+Diahsty+Marasabessy+(1-10). (n.d.).
- [9] Anggi Priliani Yulianto, & Darwis, S. (2021). Penerapan Metode K-Nearest Neighbors (kNN) pada Bearing. *Jurnal Riset Statistika*, 1(1), 10–18. <https://doi.org/10.29313/jrs.v1i1.16>
- [10] Firdaus, A. (2022). Aplikasi Algoritma K-Nearest Neighbor pada Analisis Sentimen Omicron Covid-19. *Jurnal Riset Statistika*, 85–92. <https://doi.org/10.29313/jrs.v2i2.1148>