

Pemetaan *Hyperplane* pada *Support Vector Machine*

Sekhan Rozaki Kusuma Wardana*, Didi Suhaedi, Yurika Permanasari

Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

* sekhanrozaki@gmail.com, didi@unisba.co.id, yurika@gmail.com

Abstract. This research was made on binary classification with linear data, with the aim of understanding the use of hyperplane regularity in data classification using SVM and how it is applied in the real world. The research method used includes a literature study of examples of SVM implementation with hyperplane recession. The results of this research show that the *hyperplane* is important in classifying data with SVM. This mapping allows the SVM to optimally unify the two classes in a higher feature space, thereby increasing classification performance. Examples of the application of hyperplane earthquakes to SVM in the real world were also identified, which illustrates how SVM with hyperplane earthquakes can be used in various classification problems in everyday life in numerical form as a case study in this study. SVM can be used for classification in various contexts, including multiclass and nonlinear, this study only focuses on binary classification with linear data. In addition, this research does not deeply discuss unbalanced handling data or indirect features in the context of classification with SVM.

Keywords: SVM, mapping, hyperplane.

Abstrak. Penelitian ini difokuskan pada klasifikasi biner dengan data linear, dengan tujuan untuk memahami penggunaan pemetaan *hyperplane* dalam klasifikasi data menggunakan SVM dan bagaimana contoh penerapannya dalam dunia nyata. Metode penelitian yang digunakan meliputi studi literatur terhadap contoh-contoh penerapan SVM dengan pemetaan hyperplane. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemetaan hyperplane penting dalam klasifikasi data dengan SVM. Pemetaan ini memungkinkan SVM untuk memisahkan dua kelas dengan optimal dalam ruang fitur yang lebih tinggi, sehingga meningkatkan performa klasifikasi. Contoh-contoh penerapan pemetaan hyperplane pada SVM dalam dunia nyata juga berhasil diidentifikasi, yang menggambarkan bagaimana SVM dengan pemetaan hyperplane dapat digunakan dalam berbagai masalah klasifikasi dalam kehidupan sehari-hari dalam bentuk numerik sebagai studi kasus pada penelitian ini. SVM dapat digunakan untuk klasifikasi dalam berbagai konteks, termasuk multikelas dan nonlinear, penelitian ini hanya memfokuskan pada klasifikasi biner dengan data linear. Selain itu, penelitian ini tidak secara mendalam membahas penanganan data yang tidak seimbang atau fitur tidak langsung dalam konteks klasifikasi dengan SVM.

Kata Kunci: SVM, Pemetaan, *Hyperplane*.

A. Pendahuluan

Support Vector Machine (SVM) adalah sebuah algoritma klasifikasi yang sangat populer di kalangan peneliti. SVM digunakan untuk memprediksi kategori atau label dari data baru berdasarkan data pelatihan yang sudah diketahui labelnya. SVM memiliki keunggulan dalam menangani data dengan dimensi yang cukup besar serta mampu mengklasifikasikan data yang kompleks [1][2].

SVM adalah sebuah metode pembelajaran mesin yang berbasis pada teori optimasi Matematika untuk menghasilkan sebuah *hyperplane* yang dapat memisahkan dua kelas data dengan margin maksimum [3]. Penerapan SVM pada berbagai bidang seperti pengenalan pola, pengolahan citra, biologi, dan sebagainya, telah memperlihatkan keefektifannya [4]. Namun, salah satu aspek yang penting dalam SVM adalah pemilihan *hyperplane* yang optimal untuk memperoleh model klasifikasi yang baik. Oleh karena itu, pemahaman konsep pemetaan *hyperplane* pada SVM dengan data linear sangat penting dalam pengembangan algoritma klasifikasi SVM [5].

Dalam bidang Matematika, SVM juga digunakan untuk memecahkan berbagai masalah optimasi, termasuk masalah pemrograman linier, non-linier, dan kuadratik [6]. Selain itu, SVM telah diterapkan dalam analisis data dan statistik [7]. Dengan adanya perkembangan teknologi dan peningkatan volume data yang semakin besar, SVM semakin relevan dalam bidang Matematika dan ilmu lainnya.

Surat Ar-Rahman ayat 19-20 dalam Al-Qur'an menggambarkan kekuasaan Allah dalam menciptakan dua laut yang saling bertemu, namun dipisahkan oleh batas yang tak dapat dilampaui, Allah SWT berfirman :

مَرَجَ الْبَحْرَيْنِ يَلْتَقِيَانِ بَيْنَهُمَا بَرْزَخٌ لَا يَبْغِيَانِ

“Dan Dialah yang membiarkan dua laut yang mengalir (berdampingan), yang ini tawar lagi segar dan yang lain asin lagi pahit. Dan Dia jadikan antara keduanya dinding dan batas yang menghalangi” [8]. Ayat ini mencerminkan konsep pemetaan atau pembatasan yang ditetapkan oleh Allah dalam menciptakan alam semesta yang rapi dan teratur. Pada penelitian ini, akan difokuskan pada pengembangan SVM linear dan pemetaan *hyperplane* pada SVM sebagai analogi konsep pemetaan alam semesta.

Penelitian ini bertujuan untuk membahas peran pemetaan *hyperplane* pada klasifikasi data dengan SVM serta mengidentifikasi penggunaan dan contoh penerapannya dalam dunia nyata. Fokus penelitian ini terbatas pada klasifikasi biner pada SVM dengan data linear. Melalui penelitian ini, diharapkan dapat meningkatkan pemahaman tentang SVM dengan data linear dan pemetaan *hyperplane* pada SVM serta memberikan kontribusi bagi pengembangan SVM dalam klasifikasi data linear.

Untuk mencapai tujuan tersebut, penelitian ini akan merujuk pada berbagai sumber literatur yang relevan, seperti buku, jurnal, dan sumber literatur lainnya. Dengan demikian, diharapkan penelitian ini dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep pemetaan *hyperplane* pada SVM linear dan aplikasinya dalam klasifikasi data linear, serta memberikan kontribusi bagi perkembangan SVM sebagai algoritma klasifikasi yang lebih efektif.

Berdasarkan latar belakang diatas, penelitian ini akan membahas bagaimana peran pemetaan *hyperplane* pada klasifikasi data dengan SVM.

B. Metodologi Penelitian

Peneliti menggunakan metode *Studi Literatur Library Search* adalah metode yang berguna untuk memahami status penelitian terkini tentang topik tertentu, mengidentifikasi kesenjangan pengetahuan, dan mendukung penelitian lebih lanjut dan untuk mengakses banyak informasi dari sumber-sumber terpercaya dan membantu dalam pemahaman yang komprehensif tentang topik tertentu.

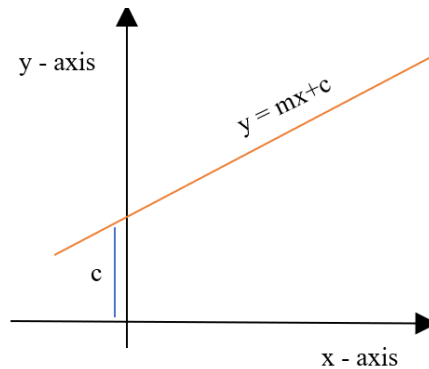
C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pemetaan Pada Hyperplane

Gradien garis lurus mempunyai persamaan yaitu:

$$y = mx + c$$

Persamaan tersebut mewakili garis *linear*, dengan dengan $x, y, m, c \in \mathbb{R}$, y dan x sebagai variabel yang mewakili titik-titik pada sumbu x dan y , m sebagai kemiringan (gradien) positif dan garisnya akan miring ke atas dari kiri bawah ke kanan atas, lalu c sebagai *intercept* yang mewakili titik potong garis dengan sumbu y dan nilai c menunjukkan garis memotong sumbu y . *Intercept* dapat bernilai positif, negatif, atau nol, tergantung pada lokasi potongan garis dengan sumbu y , jika c positif, garis akan memotong sumbu y di atas titik $(0, 0)$, dan jika c negatif, garis akan memotong sumbu y di bawah titik $(0, 0)$. Jika $c = 0$, garis akan melewati titik $(0, 0)$.

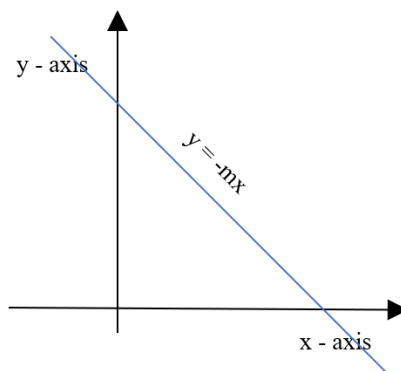


Gambar 1. Grafik persamaan garis lurus dengan gradien positif

Dalam pemetaan pada *hyperplane*, menurut buku yang berjudul "Knowledge Discovery With Support Vectors Machines" karya Lutz Hamel pada tahun 2009, *hyperplane* menggunakan persamaan dalam fungsi linear yang diasumsikan dalam bentuk gradien garis lurus dengan kemiringan yang negatif, yaitu:

$$f(x) = y = -mx$$

Fungsi tersebut merupakan persamaan gradien garis lurus, namun perbedaan dalam persamaan pada *hyperplane*, persamaan tersebut mewakili garis *linear* dengan kemiringan yang negatif. Dalam persamaan tersebut ditandai dengan minus (-) dibagian m , dan persamaan tersebut tidak menggunakan *intercept*, sehingga garis tersebut akan melewati titik $(0, 0)$ di koordinat. Artinya, ketika nilai $x = 0$, maka nilai y juga akan menjadi 0.



Gambar 2. Grafik persamaan garis lurus dengan gradien negatif

Dalam fungsi persamaan gradien garis lurus yang di gunakan dalam persamaan pada *hyperplane*, dapat di artikan, bahwa fungsi tersebut sebagai garis dengan himpunan titik

$(x, y) \in \mathbb{R}^2$ yang memenuhi persamaan:

$$mx + y = 0$$

Dalam persamaan tersebut menghasilkan hasil kali titik dalam ruang dua dimensi, dapat dimisalkan koefisiennya jika $w_1 = m$ dan $w_2 = 1$, dapat dituliskan menjadi persamaan

$$w_1x + w_2y = 0$$

Persamaan tersebut menghasilkan ruas kiri yaitu $w_1x + w_2y = 0$ sebagai hasil kali titik dari dua vektor posisi yaitu $\bar{w} = (w_1, w_2)$ dan $\bar{x} = C$, sehingga dapat dihasilkan persamaan

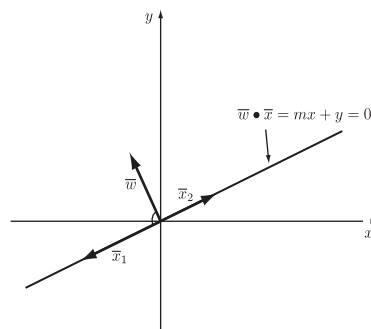
$$\bar{w} \cdot \bar{x} = w_1x + w_2y$$

Maka di dapatkan identitasnya yaitu $\bar{w} \cdot \bar{x} = 0$, sesuai dengan definisi jika dua vektor hasil kali titik sama dengan nol dapat dikatakan vektor tersebut ortogonal.

$$\bar{w} \cdot \bar{x} = 0 \text{ (Persamaan 1)}$$

$$w_1x + w_2y = mx + y = 0 \text{ (Persamaan 2)}$$

Persamaan 1, yaitu vektor $\bar{x}$ sebagai vektor posisi untuk setiap titik $mx + y = 0$. Kemudian, karena garis dari persamaan tersebut melewati sistem koordinat asal, maka vektor posisi $\bar{x}$ untuk setiap titik pada garis akan sejajar ke garis. Untuk vektor $\bar{w}$ ortogonal terhadap vektor $\bar{x}$, dan vektor $\bar{x}$ sejajar dengan garis $mx + y = 0$, maka vektor $\bar{w}$ juga ortogonal terhadap garis tersebut. Gambar 3 mengilustrasikan hubungan tersebut.



Gambar 3. Grafik hubungan antara definisi garis.

Gambar 3 menunjukkan Grafik hubungan antara garis $mx + y = 0$ dan ekuivalen hasil kali titik yang ortogonal. Grafik tersebut menunjukkan bahwa vektor normal dan $\bar{x}_1$ dan $\bar{x}_2$ adalah vektor posisi masing-masing titik (x_1, y_1) (x_2, y_2) pada garis tersebut.

Fungsi yang melewati titik asal sistem koordinat dapat di bentuk dengan persamaan yang lebih umum yang menyertakan *offset term* $b \in \mathbb{R}$. *offset term* adalah konstanta yang ditambahkan atau dikurangkan dari suatu nilai atau posisi. Dalam *hyperplane Offset term* mempengaruhi posisi *hyperplane* dalam ruang fitur. Nilai *offset term* menentukan seberapa jauh *hyperplane* tersebut dari titik asal $(0,0)$ dalam ruang fitur, dan nilai *offset term* ditentukan secara otomatis dengan memaksimalkan margin atau jarak antara *hyperplane* dan titik data terdekat dari setiap kelas. Maka persamaan yang akan dihasilkan yaitu:

$$f(x) = y = -mx + b$$

Dapat didefinisikan sebagai fungsi hasil kali titik, yaitu:

$$\bar{w} \cdot \bar{x} = b$$

Pada persamaan tersebut dapat dijelaskan dari sebuah bidang, dengan vektor $\bar{w}$ adalah vektor normal bidang tersebut, $\bar{x}$ adalah vektor posisi titik-titik pada bidang tersebut, dan b *offset term* atau umumnya disebut dengan bias. Dalam kasus dimensi yang lebih tinggi dengan vektor $\bar{w} = (w_1, \dots, w_n)$ dan $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$, yaitu $\bar{w} \cdot \bar{x} = b$. Maka dapat dibentuk dan dihasilkan persamaan sebagai rumus menghitung *hyperplane*, yaitu:

$$f(x) = w^t \cdot x + b$$

Dengan $f(x)$ adalah fungsi keputusan untuk input x , w adalah vektor bobot yang menggambarkan arah *hyperplane*, x adalah vektor fitur input dan b adalah *offset term* atau bias.

Persamaan *hyperplane* atau rumus pada *hyperplane* ada yang disebut dengan margin,

namun pada margin maksimumnya mempunyai kendala, yaitu posisi dari *hyperplane* pendukung yang tidak di perbolehkan untuk melintasi batas kelas masing-masing, dan dapat dinyatakan dalam persamaan:

$$m^* = \max \phi(\bar{w}, b)$$

Untuk menghitung fungsi margin permukaan keputusan adalah

$$w \cdot x = b$$

Margin maksimum m^* disebabkan oleh permukaan keputusan yang optimal, maka akan menjadi

$$w^* \cdot x = b^*$$

Agar masalah optimisasi dapat dihitung, maka sesuaikan fungsi tujuan ϕ . Dalam fungsi objektif geometris membutuhkan gagasan proyeksi yang dimisalkan $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah vektor $\mathbb{R}^n$ yang membentuk sudut γ diantaranya, bahwa p_a adalah proyeksi $\bar{a}$ ke arah $\bar{b}$ sehingga

$$p_a = |\bar{a}| \cos \gamma = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|}$$

Pada persamaan tersebut, dengan keterangan p_a adalah skalar yang menunjukkan besarnya $\bar{a}$ yang diproyeksikan ke arah $\bar{b}$. Maka dapat dituliskan untuk rumus margin maksimumnya, yaitu:

$$\begin{aligned} m^* &= \max \frac{2k}{|\bar{w}|} \\ &= \min \frac{|\bar{w}|}{2k} \\ &= \min \frac{|\bar{w}|^2}{2k} \\ &= \min \frac{1}{2k} \bar{w} \cdot \bar{w} \end{aligned}$$

Langkah tersebut adalah identitas yang menyatakan bahwa masalah maksimal dapat dibandingkan sebagai kebalikan dari masalah minimal dari fungsi tujuan asli. Maka fungsi tujuan penurunan dapat dilengkapi menjadi

$$\begin{aligned} \phi(\bar{w}, b) &= \frac{1}{2} \bar{w} \cdot \bar{w} \\ &= \frac{1}{2} \|\bar{w}\|^2 \end{aligned}$$

Klasifikasi *Hyperplane* Pada SVM

SVM dapat digunakan untuk melakukan klasifikasi pada masalah dalam dua kelas atau lebih, diantaranya yaitu klasifikasi dalam biner, multikelas, nonlinear, data tak seimbang, dan fitur tidak langsung. Dalam klasifikasi biner, SVM digunakan untuk memisahkan dua kelas yang berbeda dengan menggunakan *hyperplane*, karena mempunyai keunggulan diantaranya dalam kemampuan pemisah linear dan penggeneralisasi yang baik. *Hyperplane* pun berfungsi untuk memaksimalkan margin antara kelas yang terpisah.

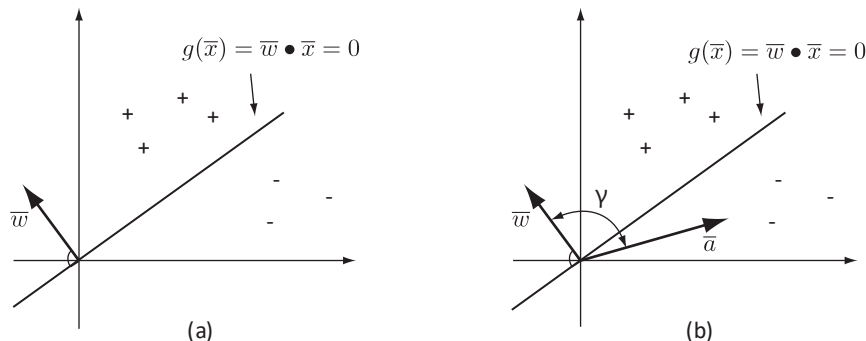
Hyperplane adalah batas keputusan yang membedakan dua kelas dalam SVM. Titik data yang berada di kedua sisi *hyperplane* dapat dikaitkan dengan kelas yang berbeda. Dimensi *hyperplane* bergantung pada jumlah fitur yang ada dalam dataset, jika terdapat dua fitur, maka *hyperplane* akan berbentuk garis lurus, dan SVM pada dasarnya dapat dilihat sebagai pengklasifikasian dual ke margin maksimum. Asumsi bahwa kumpulan data latih dapat di pisahkan secara *linear*, yaitu menemukan garis yang memisahkan kedua kelas dalam data latih dengan tepat. Selanjutnya, asumsi bahwa garis tersebut melewati asal ruang perkalian titik, maka akan membangun persamaan

$$g(\bar{x}) = \bar{w} \cdot \bar{x} = 0$$

Dalam persamaan tersebut, $\bar{x}, \bar{w} \in \mathbb{R}^2$, yang memisahkan data latih, karena g memisahkan data pelatihan dengan tepat, dan disebut sebagai permukaan keputusan.

Dalam pemetaan *hyperplane*, ada klasifikasi positif dan negatif, yang disebut klasifikasi biner. Garis, bidang, dan bidang hiper yang memisahkan dua kelompok adalah masalah dalam

klasifikasi biner. Dalam klasifikasi biner pada *hyperplane*, objek yang menarik diberi label dengan +1 dan -1. Untuk membuktikan klasifikasi biner pada *hyperplane*, maka harus membuat garis, bidang, atau bidang-hiper yang memisahkan kelas +1 dan -1 sebaik mungkin, sebagai set label *true* dan *false*.



Gambar 4. (a) Grafik dengan vektor normal; (b) Grafik dengan vektor normal dan posisi.

Gambar 4 mengilustrasikan permukaan keputusan untuk ruang perkalian titik dua dimensi di $\mathbb{R}^2$, titik-titik yang menunjukkan sebagai + dan - adalah objek dalam set pelatihan dengan label masing-masing +1 dan -1. Vektor normal $\bar{w}$ menunjuk ke arah titik-titik berlabel +1 yang berada diatas permukaan keputusan, dan vektor posisi $\bar{a}$ menunjuk ke arah titik-titik yang berada dibawah permukaan keputusan berlabel -1 sebagai elemen dari data semesta.

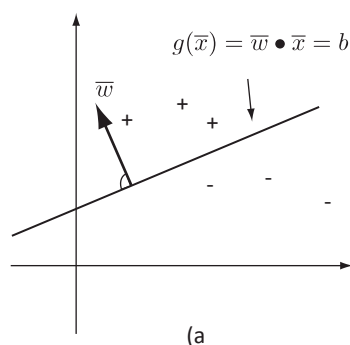
Titik $\bar{a} \in \mathbb{R}^2$, di mana $\bar{a} \notin S$, yaitu adalah elemen dari data semesta $\mathbb{R}^2$. Jika jatuh diatas permukaan keputusan, di beri label +1, dan jika jatuh di bawah permukaan, di beri label -1. Alasan memiliki vektor normal dari titik permukaan keputusan searah dengan titik berlabel +1 adalah untuk menghitung label dari $\bar{a}$. Ketika menerapkan permukaan keputusan g dari

$$g(\bar{x}) = \bar{w} \cdot \bar{x} = 0$$

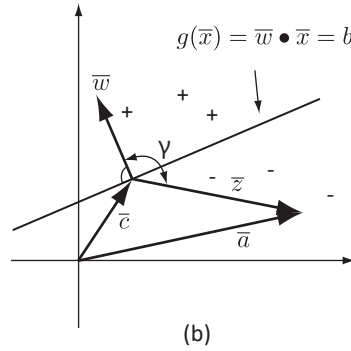
Ke titik $\bar{a}$, dan menghasilkan persamaan:

$$g(\bar{a}) = \bar{w} \cdot \bar{a} = |\bar{w}||\bar{a}| \cos(\gamma) = k$$

Persamaan tersebut akan menghasilkan nilai k positif jika $\bar{a}$ terletak di atas permukaan dengan $\gamma \leq 90^\circ$ dan nilai negatif k jika $\bar{x}$ terletak dibawah permukaan keputusan dengan $\gamma > 90^\circ$, γ adalah sudut antara vektor normal permukaan keputusan $\bar{w}$ dan vektor posisi $\bar{a}$.



Gambar 5. Permukaan keputusan dengan *offset* yang memisahkan dua kelas



Gambar 6. Mengklasifikasikan a titik $\bar{a}$ menggunakan permukaan keputusan

Maka jika c ada pada permukaan keputusan, persamaan yang dibuat adalah

$$g(\bar{c}) = \bar{w} \cdot \bar{c} = b$$

dan z menjadi vektor, sehingga

$\bar{a} = \bar{c} + \bar{z}$ atau $\bar{z} = \bar{a} - \bar{c}$. Maka vektor $\bar{w}$ dan $\bar{z}$ berada dalam hasil kali titik, dan dapat dituliskan persamaanya yaitu:

$$\bar{w} \cdot \bar{z} = |\bar{w}| |\bar{z}| \cos(\gamma) = k$$

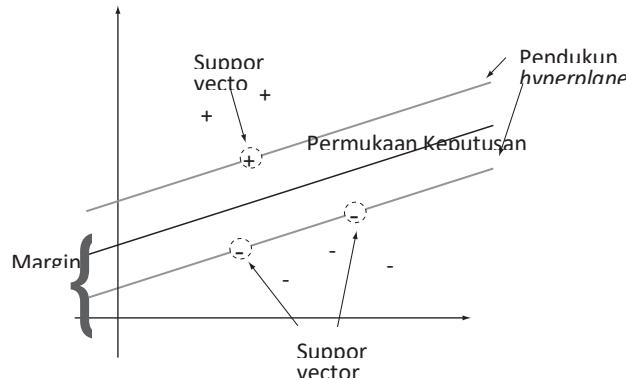
Persamaan tersebut menghasilkan nilai k positif jika titik $\bar{a}$ berada di atas permukaan keputusan dengan $\gamma \leq 90^\circ$ dan nilai k negatif jika berada dibawah permukaan keputusan dengan $\gamma \geq 90^\circ$, dengan γ adalah sudut antara vektor normal $\bar{w}$ dan vektor $\bar{z}$. Maka dapat di substitusikan dan memperoleh formulasi yang lebih mudah dari hasil kali titik dalam bentuk titik aktual $\bar{a}$ yang akan diberi label dan permukaan keputusan g menjadi:

$$\begin{aligned} \bar{w} \cdot \bar{z} &= \bar{w} \cdot (\bar{a} - \bar{c}) \\ &= \bar{w} \cdot \bar{a} - \bar{w} \cdot \bar{c} \\ &= \bar{w} \cdot \bar{a} - b \quad (\bar{w} \cdot \bar{c} = b) \\ &= g(\bar{a}) - b \end{aligned}$$

Hasil kali titik yang di perlukan untuk titik $\bar{a}$ dapat dihitung dengan mengaplikasikan permukaan keputusan g ke $\bar{a}$ dan kemudian mengurangi suku *offset* b , dan point c di gunakan untuk perspektif pada permukaan keputusan yang hilang dalam formulasi. Maka dapat terjadi fungsi keputusan dan menghasilkan fungsi dari keputusan $\bar{w} \cdot \bar{x} = b$ dalam ruang hasil kali titik n - dimensi $\mathbb{R}^2$, yaitu:

$$f(\bar{x}) = \bar{w} \cdot \bar{x} = b, \text{ dengan } \bar{w}, \bar{x} \in \mathbb{R}^2, b \in \mathbb{R}, \text{ dan } k = \begin{cases} +1 & \text{if } k \geq 0 \\ -1 & \text{if } k < 0 \end{cases}, \text{ untuk } k \in \mathbb{R}.$$

Permukaan keputusan untuk masalah klasifikasi biner adalah optimal jika jaraknya sama dari dua *hyperplane* pendukung dan memaksimalkan marginnya, maka dalam pengoptimalan melibatkan permukaan keputusan yang memungkinkan *hyperplane* pendukung sejauh mungkin, sehingga memaksimalkan margin dan menjaga permukaan keputusan berjarak sama dengan dua *hyperplane* pendukung. Gambar 3.10 menyatukan konsep semuanya.



Gambar 7. Bidang pemisah yang optimal dengan dua bidang pendukung

Studi Kasus

Diberikan data dari 2 *E-commerce* berbeda dalam bentuk numerik dengan dua atribut yaitu jumlah ulasan produk dan harga produk, lalu elektronik dan pakaian sebagai kategori produk yang sudah dikelaskan pada +1 sebagai elektronik dan -1 sebagai pakaian, yaitu:

Tabel 1. Data *E-commerce* pertama

Jumlah ulasan produk	Harga produk	Kategori	Kelas
100	50	Elektronik	1
80	30	Elektronik	1
50	20	Pakaian	-1
20	15	Pakaian	-1

Dalam data *E-commerce* yang pertama ada 2 kategori dengan masing-masing kategori ada 2, dan ditandai fiturnya dengan X_1 .

Tabel 2. Data *E-commerce* kedua

Jumlah ulasan produk	Harga produk	Kategori	Kelas
75	35	elektronik	1
40	20	pakaian	-1
50	20	elektronik	1
10	5	pakaian	-1

Dalam data *E-commerce* yang kedua ada 2 kategori dengan masing-masing kategori ada 2, dan ditandai fiturnya dengan X_2 . Maka dari data 2 *E-commerce* berbeda, didapatkan dua fitur yaitu X_1 dan X_2 . Selanjutnya, dua fitur tersebut bisa dikelaskan sebagai tabel berikut:

Tabel 3. data studi kasus

X_1	X_2	Kelas (y)
1	1	1
1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	-1

Karena ada dua fitur (x_1 dan x_2), maka w juga memiliki dua fitur (w_1 dan w_2)
Formulasi yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$\min_2 \|w\|^2$$

$$y_i(w_{xi} + b) \geq 1, i = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$y_i(w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b) \geq 1$$

Mencari persamaan :

$$\begin{aligned}
 y_1(w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b) &\geq 1 \\
 1(w_1 \cdot 1 + w_2 \cdot 1 + b) &\geq 1 \\
 (w_1 + w_2 + b) &\geq 1
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 y_2(w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b) &\geq 1 \\
 -1(w_1 \cdot 1 + w_2 \cdot (-1) + b) &\geq 1 \\
 -1(w_1 - w_2 + b) &\geq 1 \\
 (-w_1 + w_2 - b) &\geq 1
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 y_3(w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b) &\geq 1 \\
 -1(w_1 \cdot (-1) + w_2 \cdot 1 + b) &\geq 1 \\
 -1(-w_1 + w_2 + b) &\geq 1 \\
 (w_1 - w_2 - b) &\geq 1
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 y_4(w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b) &\geq 1 \\
 -1(w_1 \cdot (-1) + w_2 \cdot (-1) + b) &\geq 1 \\
 -1(-w_1 - w_2 + b) &\geq 1 \\
 (w_1 + w_2 - b) &\geq 1
 \end{aligned} \tag{4}$$

Didapatkan beberapa persamaan berikut :

1. $(w_1 + w_2 + b) \geq 1$ untuk $y_1 = 1, x_1 = 1, x_2 = 1$
2. $(-w_1 + w_2 - b) \geq 1$ untuk $y_2 = -1, x_1 = 1, x_2 = -1$
3. $(w_1 - w_2 - b) \geq 1$ untuk $y_3 = -1, x_1 = -1, x_2 = 1$
4. $(w_1 + w_2 - b) \geq 1$ untuk $y_4 = -1, x_1 = -1, x_2 = -1$

Menjumlahkan persamaan (2.1) dan (2.2) :

$$\begin{array}{r}
 (w_1 + w_2 + b) \geq 1 \\
 (-w_1 + w_2 - b) \geq 1 \\
 \hline
 + \\
 2w_2 = 2 \\
 w_2 = 1
 \end{array}$$

Menjumlahkan persamaan (2.1) dan (2.3) :

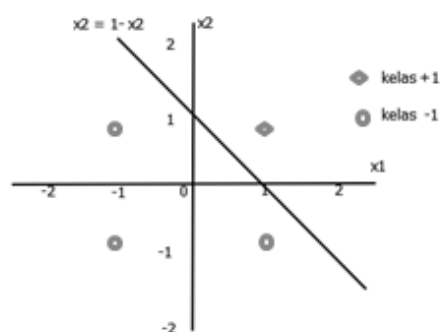
$$\begin{array}{r}
 (w_1 + w_2 + b) \geq 1 \\
 (w_1 - w_2 - b) \geq 1 \\
 \hline
 + \\
 2w_1 = 2 \\
 w_1 = 1
 \end{array}$$

Menjumlahkan persamaan (2.2) dan (2.3) :

$$\begin{array}{r}
 (-w_1 + w_2 - b) \geq 1 \\
 (w_1 - w_2 - b) \geq 1 \\
 \hline
 + \\
 -2b = 2 \\
 b = -1
 \end{array}$$

Sehingga di dapatkan persamaan *hyperplane* dan visualisasi grafiknya dengan margin :

$$\begin{array}{ll}
 w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + b = 0 & \min_2 \|w\|^2 = \min_2 (w_1^2 + w_2^2) \\
 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 - 1 = 0 & \frac{1}{2} \|w\|^2 = \frac{1}{2} (1^2 + 1^2) \\
 x_1 + x_2 - 1 = 0 & \frac{1}{2} \|w\|^2 = 1 \\
 x_2 = 1 - x_1 & \frac{1}{2} \|w\|^2 = 2
 \end{array}$$



Gambar 8. Visualisasi garis *hyperplane* pada studi kasus

Gambar 8 memvisualisasikan hasil dari studi kasus yang telah dicari terkait data yang sudah dikelaskan lalu diolah dalam rumus mencari margin dan *hyperplanenya*, dan dapat digambarkan garis *hyperplane* pada studi kasus terkait dua *E-Commercenya*.

D. Kesimpulan

Peran *hyperplane* dalam SVM sangat penting karena digunakan untuk memisahkan dua kelas data yaitu +1 dan -1 dan *hyperplane* juga mencari batas keputusan yang optimal. Tanpa penggunaan *hyperplane*, data yang diproses menggunakan SVM tidak dapat divisualisasikan atau dihasilkan dalam bentuk gambar.

Untuk menggunakan SVM dalam pengklasifikasian data yang sudah dikelompokkan atau dikelaskan, ada beberapa syarat yang harus diperhatikan. Input data harus dalam bentuk matriks atau vektor numerik yang sesuai dengan format yang diterima oleh SVM. Selain itu, variabel dalam data harus terkait dengan kelas atau label yang ingin diprediksi. Hal ini penting agar SVM dapat mempelajari pola dan relasi antara variabel dengan kelas yang ada.

Daftar Pustaka

- [1] S. Zein and G. Gunawan, "Prediksi Hasil FIFA World Cup Qatar 2022 Menggunakan Machine Learning dengan Python," *Jurnal Riset Matematika*, pp. 153–162, Dec. 2022, doi: 10.29313/jrm.v2i2.1382.
- [2] C. M. Bishop, "Pattern recognition and machine learning," Springer, 2006.
- [3] C. Cortes and V. Vapnik, "Support-vector networks," *Machine Learning*, vol. 20, no. 3, pp. 273-297, 1995.
- [4] J. Shawe-Taylor and N. Cristianini, "Kernel methods for pattern analysis," Cambridge University Press, 2004.
- [5] C. J. C. Burges, "A tutorial on support vector machines for pattern recognition," *Data Mining and Knowledge Discovery*, vol. 2, no. 2, pp. 121-167, 1998.
- [6] S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex optimization," Cambridge University Press, 2004.
- [7] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, "The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction," 2nd ed. Springer, 2009
- [8] Kementrian Agama RI : Syaamil Quran. TIKRAR Qur'an Hafalan Tajwid dan Terjemah, 2017.
- [9] N. Cristianini and J. Shawe-Taylor, "Support Vector Machines: Theory and

- Applications," Cambridge University Press, 2000.
- [10] J. A. K. Suykens and J. Vandewalle, "Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods," Cambridge University Press, 1999.
 - [11] V. Kecman, "Learning and Soft Computing: Support Vector Machines, Neural Networks, and Fuzzy Logic Models," The MIT Press, 2001.
 - [12] V. Vapnik, "The Nature of Statistical Learning Theory," Springer, 1995.
 - [13] B. Schölkopf and A. Smola, "Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond," MIT Press, 2002.
 - [14] S. Shalev-Shwartz and S. Ben-David, "Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms," Cambridge University Press, 2014.
 - [15] S. Abe, "Support Vector Machines: Optimization Based Theory, Algorithms, and Extensions," Springer, 2012.
 - [16] J. Platt, "Sequential Minimal Optimization: A Fast Algorithm for Training Support Vector Machines," Microsoft Research, 1998.
 - [17] R. Rakotomamonjy and V. Guigue, "Twin Support Vector Machines for Pattern Classification," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 30, no. 2, pp. 222-233, 2008.
 - [18] C. Igel and M. Hüsken, "Support Vector Regression Machines," in International Conference on Neural Networks, pp. 195-202, 2003.
 - [19] L. Hamel, "Knowledge Discovery With Support Vector Machines," John Willey & Sons, Inc., 2009.