Penerapan Logika Matematika dalam Menyelidiki Validitas Induksi Matematik untuk Pembuktian yang Melibatkan Proposisi Bilangan Asli dengan Berbagai Kasus

Rafly Anugerah*, Gani Gunawan, Respitawulan

Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

*raflyanugerah13@gmail.com, ggani9905@gmail.com, respitawulan@unisba.ac.id

Abstract. Problems involving natural number propositions can not only be proved algebraically, but can also be proved using mathematical induction. Mathematical Induction is a method of proving many theorems, both in number theory and in other fields of mathematics. The problems are how the logical arguments of mathematical induction are arranged, how the validity of the logical arguments of the principle of mathematical induction, and what examples of cases are natural number propositions and can be proven by the principle of mathematical induction. In this article, we will show how the construction of a logical argument from mathematical induction will be shown, and its validity will also be shown with various examples.

Keywords: *Mathematical Induction, Proof, Natural Numbers.*

Abstrak. Permasalahan yang melibatkan proposisi bilangan asli tidak hanya dapat dibuktikan secara aljabar, namun dapat juga dibuktikan dengan menggunakan induksi matematika. Induksi Matematika merupakan salah satu metode pembuktian dari banyak teorema, baik dalam teori bilangan maupun dalam bidang matematika lainnya. Adapun permasalahannya adalah bagaimana susunan logika argumen dari induksi matematika, bagaimana validitas dari logika argumen prinsip induksi matematika, dan contoh kasus apa saja yang merupakan proposisi bilangan asli dan dapat dibuktikan dengan prinsip induksi matematika. Dalam artikel ini akan diperlihatkan bagaimana konstruksi susunan logika argumen dari induksi matematika, juga diperlihatkan validitas berikut berbagai contohnya.

Kata Kunci: *Induksi Matematika, Pembuktian, Bilangan Asli.*

Corresponding Author
Email: ggani9905@gmail.com

A. Pendahuluan

Bilangan ganjil adalah suatu bilangan asli yang berbentuk $\boldsymbol{2n-1}$ untuk setiap $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$ dimana $\mathbb{N}$ merupakan himpunan bilangan asli. Apabila dua bilangan ganjil pertama dijumlahkan, maka hasilnya merupakan kuadrat dari dua suku bilangan ganjil pertama, begitupun dengan tiga, empat, lima, dan seterusnya dari bilangan ganjil pertama tersebut merupakan kuadrat dari banyaknya suku bilangan ganjil yang dijumlahkan tersebut, sehingga rumusnya dapat dinyatakan di bawah ini :

$$1 = 1 = 1^2$$
$$1 + 3 = 4 = 2^2$$
$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$
$$\vdots$$
$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$$

Secara aljabar rumus jumlah yang dinyatakan pada (1) dapat dibuktikan sebagai berikut:

$$\text{Misal } 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = S$$

Penjumlahan bilangan ganjil tersebut dapat ditulis kembali menjadi persamaan (3), yaitu:

$$(2n-1) + (2n-3) + (2n-5) + \cdots + 1 = S$$

Selanjutnya jika (2) dan (3) dijumlahkan, maka akan diperoleh

$$2n + 2n + 2n + \cdots + 2n = 2S$$

$$n(2n) = 2S$$

$$2n^2 = 2S$$

$$\text{atau } \boldsymbol{S = n^2}$$

Jadi, secara aljabar rumus jumlah (1) terbukti. Dari pembuktian di atas terlihat bahwa pembuktian rumus jumlah dilakukan secara aljabar dengan menggunakan sistem bilangan asli ($\mathbb{N}$). Namun, dalam praktiknya pembuktian yang berkaitan dengan pernyataan matematis yang berkaitan dengan bilangan asli juga dapat dilakukan melalui Induksi Matematika. Dalam aspek logika, pengambilan kesimpulan terbagi menjadi dua bagian, yakni deduktif dan induktif. Dalam aspek logika matematika, susunan argumen penalaran deduktif yang sering banyak digunakan adalah Silogisme, Modus Ponens, dan Modus Tollens. Sedangkan dalam penalaran induktif yang sering banyak digunakan dalam penarikan kesimpulan adalah Generalisasi, Analogi, dan Kausal. Prinsip Induksi Matematik dilandasi oleh aksioma bilangan asli (aksioma Peano), di mana aksioma ini menyatakan bahwa *apabila sub himpunan* $\boldsymbol{S} \subseteq \mathbb{N}$ *mengandung 1 dan pengikut dari setiap bilangan di* $\boldsymbol{S}$*, maka* $\boldsymbol{S} = \mathbb{N}$. Berdasarkan aksioma tersebut menurut kepustakaan Gunawan [1], dinyatakan suatu prinsip induksi sebagai berikut :

Jika S adalah sebuah himpunan bagian dari $\mathbb{N}$, yang memiliki sifat:

1. $1 \in S$; dan
2. Jika $k \in S$, maka $k + 1 \in S$;

Maka dapat disimpulkan $S = \mathbb{N}$.

Penyebutan induksi dari pernyataan di atas bukan merupakan suatu cara pengambilan kesimpulan yang bersifat induktif, namun merupakan suatu prinsip yang dilandasi oleh aksioma bilangan asli. Adapun penarikan kesimpulan dari prinsip tersebut didasari oleh dua premis yang bersifat khusus sedemikian sehingga dapat disimpulkan secara umum. Oleh karena itu, prinsip induksi matematika merupakan suatu penalaran yang bersifat deduktif. Dalam artikel ini akan diselidiki susunan logika argumen dari prinsip induksi matematika di atas berikut validitasnya.

Berdasarkan kepustakaan dari Aryani dan Marzuki [2], Induksi Matematika adalah salah satu metode pembuktian dari banyak teorema dalam teori bilangan maupun dalam bidang Matematika lainnya dan argumentasi pembuktian suatu teorema Matematika yang semesta pembicaraannya adalah himpunan bilangan asli. Metode ini sering digunakan dalam menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan yang diberikan dengan menyangkut bilangan asli. Menurut kepustakaan dari Munir [3], secara umum induksi matematika sendiri terbagi menjadi 3 langkah pengerjaan, yang meliputi Basis Induksi, Langkah Induksi, dan Kesimpulan. Jika ditinjau dari jenisnya, induksi matematika dapat digolongkan menjadi Induksi Sederhana (Induksi Lemah), Induksi yang Dirampatkan (Induksi yang Diperumum), dan Induksi Kuat.

Menurut kepustakaan dari Angraeni [4], argumen merupakan suatu rangkaian dari beberapa pernyataan sebagai kerangka dari penarikan kesimpulan. Argumen sendiri tersusun dari dua bagian, meliputi premis (suatu pernyataan sebelum kata ‘jadi’) dan kesimpulan (suatu pernyataan setelah kata ‘jadi’). Selain itu, suatu argumen dikatakan sahih atau *valid* jika premis dan kesimpulan bernilai benar. Sebaliknya, suatu argumen juga dikatakan tidak sahih atau *invalid* jika premis bernilai benar tetapi kesimpulan bernilai salah. Menurut kepustakaan dari Junizon [5], teorema merupakan suatu pernyataan yang dirumuskan secara logis dan harus ditunjukkan kebenarananya, umumnya ditulis dalam hubungan implikasi (Jika...,maka...) atau biimplikasi (...jika dan hanya jika...). Berdasarkan kepustakaan dari Pratama [6], terdapat tiga susunan argumen deduktif sebagai berikut.

1. Modus Ponens merupakan suatu penalaran dimana suatu implikasi dan syarat yang bernilai benar mengakibatkan hasil bernilai benar. Adapun bentuk umumnya adalah $[(\boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{q}) \wedge \boldsymbol{p}] \Rightarrow \boldsymbol{q}$.
2. Modus Tollens merupakan suatu penalaran dimana suatu implikasi bernilai benar dan syarat bernilai salah mengakibatkan hasil bernilai salah. Adapun bentuk umumnya adalah $[(\boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{q}) \wedge \neg \boldsymbol{q}] \Rightarrow \neg \boldsymbol{p}$.
3. Silogisme merupakan suatu penalaran dari dua bentuk implikasi. Adapun bentuk umumnya adalah $[(\boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{q}) \wedge (\boldsymbol{q} \Rightarrow \boldsymbol{r})] \Rightarrow (\boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{r})$.
4. Berdasarkan kepustakaan dari Resmawan [7], terdapat hukum logika dimana $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{r}$ merupakan pernyataan serta $\boldsymbol{B}, \boldsymbol{S}$ merupakan nilai kebenaran suatu pernyataan seperti ditunjukkan pada tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Berbagai Hukum Logika dan Bentuknya

No.	Hukum Logika	Bentuk Hukum Logika
1.	Hukum Identitas	$p \vee S \Leftrightarrow p$ $p \wedge B \Leftrightarrow p$
2.	Hukum Null (Hukum Dominasi)	$p \vee B \Leftrightarrow B$ $p \wedge S \Leftrightarrow S$
3.	Hukum Negasi	$p \vee \neg p \Leftrightarrow B$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow S$
4.	Hukum Idempoten	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$
5.	Hukum Involusi (Hukum Negasi Ganda)	$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$
6.	Hukum Absorpsi (Hukum Penyerapan)	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
7.	Hukum Komutatif	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
8.	Hukum Asosiatif	$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
9.	Hukum Distributif	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
10.	Hukum De Morgan	$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
11.	Aturan Implikasi	$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
12.	Aturan Biimplikasi	$p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

B. Metodologi Penelitian

Peneliti akan menunjukkan konstruksi susunan berupa langkah pengerjaan, menyusun bentuk logika, serta menguji validitas dari bentuk logika dengan menggunakan hukum logika dan tabel kebenaran pada ketiga jenis prinsip induksi matematika. Selain itu, akan diberikan contoh kasus untuk setiap jenis prinsip induksi matematika.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Secara umum, bentuk argumen dari prinsip induksi matematika adalah modus Ponens, dimana syarat (pada basis induksi atau premis 1) bernilai benar, implikasi (pada langkah induksi atau premis 2) bernilai benar, dan kesimpulan bernilai benar. Selanjutnya diperlukan pemisalan dengan $\boldsymbol{p}$ sebagai premis 1 dan $\boldsymbol{P(k)}$ benar pada langkah induksi, serta $\boldsymbol{q}$ sebagai $\boldsymbol{P(k+1)}$ benar pada langkah induksi dan kesimpulan, sehingga bentuk logika yang tersusun adalah $[\boldsymbol{p} \wedge (\boldsymbol{p} \Rightarrow \boldsymbol{q}) \Rightarrow \boldsymbol{q}]$. Selanjutnya, bentuk logika tersebut akan dibuktikan dengan menggunakan hukum logika dan tabel kebenaran (pada tabel 2.) seperti ditunjukkan di bawah ini.

$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$	
$\equiv \neg[p \wedge (\neg p \vee q)] \vee q$	Aturan Implikasi
$\equiv [\neg p \vee \neg(\neg p \vee q)] \vee q$	Hukum De Morgan
$\equiv [\neg p \vee (p \wedge \neg q)] \vee q$	Hukum De Morgan
$\equiv [(\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)] \vee q$	Hukum Distributif
$\equiv [B \wedge (\neg p \vee \neg q)] \vee q$	Hukum Negasi
$\equiv [(B \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)] \vee q$	Hukum Distributif
$\equiv B \wedge [\neg p \vee (\neg q \vee q)]$	Hukum Null dan Hukum Asosoiatif
$\equiv B \wedge [\neg p \vee B]$	Hukum Negasi
$\equiv B \wedge B$	Hukum Null
$\equiv B$	Hukum Identitas

Tabel 2. Tabel Kebenaran dari Bentuk Logika Argumen Prinsip Induksi Matematika

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{p \Rightarrow q}$	$\boldsymbol{p \wedge (p \Rightarrow q)}$	$\boldsymbol{[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q}$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Dari pembuktian dengan hukum logika dan tabel kebenaran, prinsip induksi matematika memiliki nilai kebenaran tautologi atau benar, sehingga dinyatakan sahih untuk digunakan dalam pembuktian.

Prinsip Induksi Sederhana

Prinsip Induksi Sederhana merupakan bentuk awal dari prinsip induksi matematika. Sebutan lainnya adalah Prinsip Induksi Lemah. Berikut ini akan ditunjukkan teorema, bukti formal, dan contoh kasus dari prinsip induksi sederhana.

Teorema Prinsip Induksi Sederhana

1. $P(1)$ benar. (Basis Induksi)
2. Jika $P(k)$ dimana terdapat salah satu nilai $k \in S$ benar, maka $P(k+1)$ juga benar. (Langkah Induksi)
3. $P(n)$ benar untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. (Kesimpulan)

Bukti Formal Prinsip Induksi Sederhana

Misalkan P adalah suatu pernyataan bilangan bulat positif yang memenuhi $P(1)$ benar serta $P\ (k)$ benar mengakibatkan $P(k+1)$ benar. Andaikan terdapat S suatu himpunan bilangan bulat positif n sehingga mengakibatkan $P(n)$ salah. Karena $P(1)$ benar, maka $1 \notin S$, sehingga $n \neq 1$. Jadi $n-1$ adalah bilangan bulat positif, setidaknya terdapat $n=2$ sehingga $1 = n -$

$1 \notin S$. Jadi, secara definisi $P(n-1)$ benar. Namun, jika dilihat dari premis, $P(n-1)$ benar mengakibatkan $P(n)$ benar sehingga $n \notin S$. Padahal, $n \in S$, hal ini merupakan kontradiksi. Jadi, S adalah himpunan kosong dan $P(k)$ benar untuk semua bilangan bulat positif k.

Contoh Kasus Prinsip Induksi Sederhana

Berikut ini akan dijelaskan langkah-langkah menaiki anak tangga sebanyak n dengan menggunakan Induksi Matematika.

Dalam kasus ini, basis induksinya adalah menaiki anak tangga pertama (ke-1) terlebih dahulu. Adapun langkah induksinya adalah menaiki anak tangga ke-k terlebih dahulu, sebelum menaiki anak tangga ke-$k+1$ hingga ke-n. Dengan demikian, dapat ditarik kesimpulan bahwa langkah-langkah menaiki anak tangga sebanyak n dapat dijelaskan dengan menggunakan Induksi Matematika, lebih tepatnya Prinsip Induksi Sederhana.

Prinsip Induksi yang Dirampatkan

Prinsip Induksi yang Dirampatkan merupakan penyempurnaan dari Prinsip Induksi Sederhana, dimana tidak semua kasus dapat dibuktikan bahwa $P(1)$ benar, melainkan harus menggunakan bilangan lain (misalkan n_0) agar pernyataan tersebut benar. Sebutan lainnya adalah Prinsip Induksi yang Diperumum. Berikut ini akan ditunjukkan teorema, bukti formal, dan contoh kasus dari prinsip induksi yang dirampatkan.

Teorema Prinsip Induksi yang Dirampatkan

1. $P(n_0)$ benar. (Basis Induksi)
2. Jika $P(k)$ dimana terdapat salah satu nilai $k \in S$ benar, maka $P(k+1)$ juga benar. (Langkah Induksi)
3. $P(n)$ benar untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. (Kesimpulan)

Bukti Formal Prinsip Induksi yang Dirampatkan

Misalkan P adalah suatu pernyataan bilangan bulat positif yang memenuhi $P(n_0)$ benar serta $P\ (k)$ benar mengakibatkan $P(k+1)$ benar. Andaikan terdapat S suatu himpunan bilangan bulat positif n sehingga mengakibatkan $P(n)$ salah. Karena $P(n_0)$ benar, maka $n_0 \notin S$, sehingga $n \neq n_0$. Jadi $n - n_0$ adalah bilangan bulat positif, setidaknya terdapat $n = n_0 + 1$ sehingga $n_0 = n - n_0 \notin S$. Jadi, secara definisi $P(n-n_0)$ benar. Namun, jika dilihat dari premis, $P(n - n_0)$ benar mengakibatkan $P(n)$ benar sehingga $n \notin S$. Padahal, $n \in S$, hal ini merupakan kontradiksi. Jadi S adalah himpunan kosong dan $P(k)$ benar untuk semua bilangan bulat positif k.

Contoh Kasus Prinsip Induksi yang Dirampatkan

Di dalam suatu rapat, setiap peserta rapat berjabat tangan dengan peserta lainnya hanya sekali saja. Berikut ini akan dijelaskan dengan induksi matematika bahwa jika terdapat sebanyak n peserta, maka jumlah jabat tangan yang terjadi sebanyak $\frac{n(n-1)}{2}$.

Dimisalkan $P(n) = \frac{n(n-1)}{2}$, di mana $P(n)$ merupakan fungsi proposional yang menyatakan suatu pernyataan dalam n dengan $n \in \mathbb{N}$, sehingga menjadi bentuk $P: \mathbb{N} \Longrightarrow \mathbb{N}$.

Untuk berjabat tangan, minimal terdapat 2 peserta. Oleh karena itu, $n = 2$.

Langkah pertama adalah basis induksi dengan membuktikan bahwa $P\ (2)$ benar, dimana akan terjadi 1 jabat tangan dengan 2 peserta rapat.

$$P(2) = \frac{2(2-1)}{2} = \frac{2.1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Dengan demikian, terjadi 1 jabat tangan dengan 2 peserta rapat. Ini membuktikan bahwa $P(2)$ benar.

Langkah selanjutnya adalah langkah induksi dengan mengasumsikan bahwa $P\ (k)$ benar dan akan ditunjukkan bahwa $P\ (k+1)$ juga benar. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut

$$P(k) = \frac{k(k-1)}{2}$$

$$P(k+1) = P(k) + k = \frac{k(k-1)}{2} + k = \frac{k^2-k}{2} + \frac{2k}{2} = \frac{k^2-k+2k}{2} = \frac{k^2+k}{2}$$

$$= \frac{k(k+1)}{2} = \frac{(k+1-1)(k+1)}{2} = \frac{[(k+1)-1](k+1)}{2}$$

Dengan demikian, terjadi $\frac{k(k+1)}{2}$ jabat tangan dengan $(k+1)$ peserta rapat. Ini membuktikan bahwa $P\ (k+1)$ benar.

Kesimpulan yang didapat adalah dapat dibuktikan bahwa jika terdapat sebanyak n peserta, maka jumlah jabat tangan yang terjadi sebanyak $\frac{n(n-1)}{2}$.

Prinsip Induksi Kuat

Prinsip Induksi Kuat merupakan pengembangan dari Prinsip Induksi yang Dirampatkan, dimana harus mengasumsikan pernyataan lain benar untuk setiap nilai yang melebihi n_0. Berikut ini akan ditunjukkan teorema, bukti formal, dan contoh kasus dari prinsip induksi kuat.

Teorema Prinsip Induksi Kuat

1. $P(n_0)$ benar. (Basis Induksi)
2. Jika $P(k)$ untuk setiap $k > n_0$ benar, maka $P(k+1)$ juga benar. (Langkah Induksi)
3. $P(n)$ benar untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. (Kesimpulan)

Bukti Formal Prinsip Induksi Kuat

Asumsikan bahwa untuk beberapa n_0, pernyataan $P(n_0)$ benar dan untuk setiap $k \geq n_0$, $[P(n_0) \wedge P(n_0+1) \wedge \ldots \wedge P(k)] \Longrightarrow P(k+1)$. Misalkan B merupakan himpunan semua $n > k$ yang menyebabkan $P(n)$ salah. Jika B bukan merupakan himpunan kosong, $B \subset \mathbb{N}$, dan jadi melalui keterurutan, B memiliki setidaknya satu elemen, misalkan l. Melalui definisi dari B, untuk setiap $n_0 \leq t < l$, $P(t)$ benar. Premis dari hipotesis induksi ini adalah benar, dan jadi $P(l)$ benar, kontradiksi bahwa $l \in B$. Sehingga B merupakan himpunan kosong.

Contoh Kasus Prinsip Induksi Kuat

Berikut ini akan dibuktikan bahwa uang sebesar Rp 15.000,00 atau lebih dapat digunakan untuk membeli pensil 2B dan pensil HB masing-masing sebesar Rp 5.000,00 dan Rp 6.000,00.

Misalkan $P\ (n)$ adalah pernyataan yang menyatakan bahwa sejumlah uang dengan harga n ribu rupiah dapat dibentuk dengan menggunakan pensil 2B dan HB masing-masing seharga Rp 5.000,00 dan Rp 6.000,00.

Langkah pertama yang dilakukan adalah basis induksi dengan:

1. Uang sebesar Rp 15.000,00 dapat digunakan untuk membeli 3 buah pensil 2B. $P(n_0) = P(15)$
2. Uang sebesar Rp 16.000,00 dapat digunakan untuk membeli 2 buah pensil 2B dan sebuah pensil HB. $P(n_0+1) = P(16)$
3. Uang sebesar Rp 17.000,00 dapat digunakan untuk membeli sebuah pensil 2B dan 2 buah pensil HB. $P(n_0+2) = P(17)$
4. Uang sebesar Rp 18.000,00 dapat digunakan untuk membeli 3 buah pensil HB. $P(n_0+3) = P(18)$

Dengan demikian, $P\ (15)$, $P\ (16)$, $P\ (17)$, dan $P(18)$ benar.

Langkah selanjutnya adalah langkah induksi, dengan:

Pernyataan $P(i)$ benar untuk $15 \leq i \leq k$, di mana k adalah bilangan bulat dengan $k \geq 18$. Dengan kata lain dapat dikeluarkan uang sebesar i ribu rupiah, di mana $15 \leq i \leq k$. Selanjutnya harus menunjukkan bahwa $P(k+1)$ benar, yaitu bahwa uang dapat dikeluarkan sebesar $k+1$ ribu rupiah. Dengan menggunakan langkah induksi, dapat dianggap bahwa $P(k-3)$ benar karena $k-3 \geq 15$, yaitu kita dapat mengeluarkan uang sebesar $k-3$ ribu rupiah untuk membeli pensil 2B dan HB masing-masing seharga Rp 5.000,00 dan Rp

6.000,00. Untuk uang sebesar $k + 1$ ribu rupiah, cukup untuk menambah pensil 2B seharga Rp 5.000,00 lainnya kepada uang sebesar $k - 3$ ribu rupiah tersebut. Sehingga, telah ditunjukkan bahwa jika langkah induksi benar maka $P(k + 1)$ juga benar.

Kesimpulan yang dapat ditarik adalah dapat dibuktikan bahwa $P\ (n)$ benar untuk $n \geq 15$ atau uang sebesar Rp 15.000,00 atau lebih dapat digunakan untuk membeli pensil 2B dan pensil HB masing-masing sebesar Rp 5.000,00 dan Rp 6.000,00.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut:

1. Susunan logika argumen pada prinsip induksi matematika berupa Modus Ponens, dengan dibuktikan bahwa syarat, implikasi, dan kesimpulan yang bernilai benar.
2. Prinsip induksi matematika bersifat sahih atau *valid* untuk digunakan dalam pembuktian dikarenakan memiliki nilai kebenaran tautologi atau benar setelah bentuk logikanya dibuktikan dengan menggunakan hukum logika dan tabel kebenaran.
3. Prinsip induksi matematika dapat digunakan dalam berbagai kasus, seperti prinsip induksi sederhana digunakan untuk menaiki tangga, prinsip induksi yang dirampatkan digunakan untuk mengetahui jumlah jabat tangan dalam suatu pertemuan, dan prinsip induksi kuat yang digunakan untuk pembelian dua jenis barang dengan sejumlah uang.

Acknowledge

Terimakasih disampaikan kepada Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung dan semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan artikel ini.

Daftar Pustaka

[1] Gunawan, G. *Buku Ajar Pengantar Analisis Matematika*. Bandung: Universitas Islam Bandung; 2016.

[2] Aryani, F., Marzuki, C. C. Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor, *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol 4 No 2, 2018. pp. 82-88.

[3] Munir, R. *Matematika Diskrit Ed. 3.* Bandung: Informatika; 2009.

[4] Angraeni, L. S. *Argumen dan Metode Penarikan Kesimpulan*. Bandung : Universitas Komputer Indonesia; 2010.

[5] Junizon, M. Pengaruh Model Pembelajaran Extended Triad Level++ Terhadap Kemampuan Pembuktian Teorema Pada Analisis Real Di Universitas Muhammadiyah Bengkulu, *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, Vol 4 No 1, 2019. pp. 44-52.

[6] Pratama, S. E. Pengembangan Alat Peraga Logika Matematika Miniatur Tandon Air Tingkat Tiga Melalui Realistic Mathematics Educations (RME) Di UIN Raden Lampung, *skripsi*, UIN Raden Intan Lampung; 2019.

[7] Resmawan. *Pengantar Logika Matematika*. Gorontalo: Matematika Universitas Negeri Gorontalo; 2017.

[8] Enzellina Gina, Suhaedi Didi. (2022). *Penggunaan Metode Principal Component Analysis dalam Menentukan Faktor Dominan.* Jurnal Riset Matematika, 2(2), 101-110.